

## PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

1. Los dueños de un manantial de agua mineral calculan que, si venden cada botella de agua a un precio de  $x$  ptas, tendrán una ganancia diaria (en miles de pesetas):

$$g(x) = -\frac{x^2}{10} + 25x - 1500$$

- a. ¿Cuál es el precio con el que se alcanza el máximo de ganancia?
- b. ¿Cuál es la ganancia máxima diaria que puede obtenerse?
2. Un fabricante de cajas de cartón abiertas (sin tapa), debe fabricar éstas cortando trozos cuadrados en la esquinas de una plancha de 3m x 2m.
- a) ¿Cuál es la longitud de lado de los cuadrados que deben suprimirse para que resulte una caja de volumen máximo?
- b) ¿Cuánto vale dicho volumen?
3. Se desea construir el marco para una ventana rectangular de  $6 \text{ m}^2$  de superficie. El metro lineal de tramo horizontal cuesta 200 euros y el tramo vertical 300 euros  
Calcule:
- a) Las dimensiones de la ventana para que el coste del marco sea mínimo.
- b) El coste del marco.
4. De todos los rectángulos de perímetro igual a 100 centímetros, se pide:
- a) Determinar el que tiene unas diagonales tales que su suma de cuadrados sea lo más pequeña posible.
- b) Determinar el que tiene las diagonales de la menor longitud posible.
5. Se quiere construir el marco de una ventana rectangular de 8 metros cuadrados. El metro lineal de tramos horizontal cuesta 2,5 euros, mientras que el metro lineal de tramos vertical cuesta 5 euros. Determinar:
- i) Las dimensiones de la ventana para que el coste del marco sea mínimo.
- ii) Cuánto cuesta el marco.
6. El propietario de un edificio tiene alquilados los 52 pisos del mismo a 266 euros al mes cada uno. Por cada 7 euros que aumente el alquiler de cada piso pierde un inquilino y, por tanto, queda el correspondiente piso sin alquilar.
- a. ¿Cuál es el alquiler que más beneficios producirá al propietario?
- b. ¿Cuál es la cantidad máxima que puede recibir el propietario por el alquiler de los pisos?
7. Un taller artesanal está especializado en la producción de cierto tipo de juguetes. Los costes de fabricación,  $C(x)$  en euros, están relacionados con el número de juguetes fabricados,  $x$ , a través de la siguiente expresión:  
$$C(x) = 0,1x^2 + 20x + 2500$$
  
El precio de venta de cada juguete es de 80 euros.
- a. Plantear la función de ingresos que obtiene el taller con la venta de los juguetes producidos.
- b. Plantear la función de beneficios, entendidos como diferencia entre ingresos y costes de fabricación.
- c. ¿Cuántos juguetes debe fabricar para maximizar beneficios? ¿A cuánto ascenderán estos beneficios?
8. Un individuo ha invertido en acciones de cierta compañía durante los últimos 10 años. El valor de su cartera a lo largo del tiempo (dinero invertido más beneficios obtenidos, en cientos de euros) viene dado por la siguiente expresión ( $x$  en años):  
$$f(x) = (x - 2)^2(1 - 2x) + 252x + 116 \text{ si } 0 \leq x \leq 10$$
- a. Determinar los intervalos de tiempo en que la cartera creció y aquellos en que decreció.
- b. El individuo retira sus ingresos transcurridos 10 años. ¿Cuál hubiera sido el mejor momento para haberlo hecho? ¿Cuánto pierde por no haberlo retirado en el momento óptimo?
9. El día uno de mayo el precio del melón es de 1,5 € por kilo. Cada día que pasa, el precio por kilo disminuye en 0,10 €. Un agricultor tiene el uno de mayo 100 kilos de melones y estima producir cada día 10 kilos más.  
¿Cuándo deberá vender el agricultor sus melones para obtener el máximo beneficio?