# GEOMETRÍA PLANA

APUNTES REALIZADOS POR ANTONIO CUESTA

DEFINICIÓN : Es la ciencia que estudia las propiedades, extensión y medidas de las superficies.

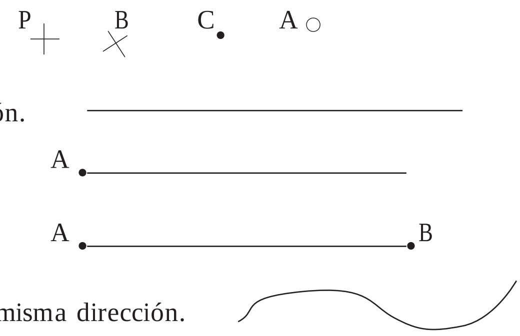
PUNTO : Es la intersección de dos líneas.

LÍNEA RECTA : Es la sucesión de puntos en una misma dirección.

SEMIRRECTA : Es parte de la recta limitada en un extremo.

SEGMENTO : Es la parte de la recta limitada en sus extremos.

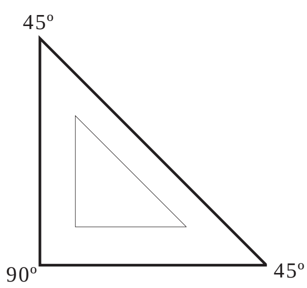
LÍNEA CURVA : Es la sucesión de puntos que no están en una misma dirección.



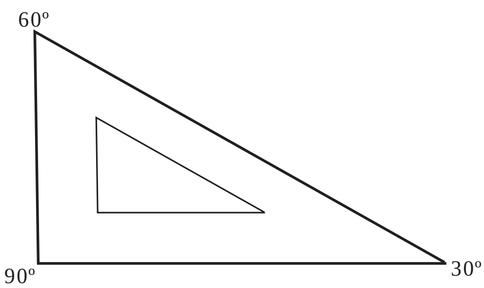

DESIGNACIÓN : PUNTO = A,B,C, (MAYÚSCULAS)
RECTA = a,b,c, ( MINÚSCULAS)
PLANOS Y ÁNGULOS = LETRAS GRIEGAS

| SIGNOS GEOMETRICOS | |
|---|---|
| TRIÁNGULO | △ |
| CUADRADO | □ |
| DIÁMETRO | ∅ |
| ÁNGULO | ∢ |
| ARCO | $\overset{\frown}{AB}$ |
| MENOR QUE | < |
| MAYOR QUE | > |
| IGUAL QUE | = |
| PARALELO | \|\| |
| PERPENDICULAR | ⊥ |
| LONGITUD | L |
| RADIO | r |
| SEGMENTO | $\overline{AB}$ |
| ÁNGULO DE 90º | ⊾ |

ESCUADRA

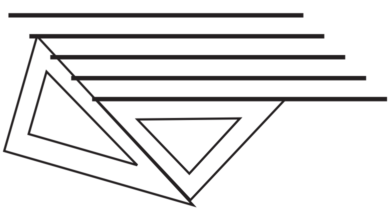



CARTABÓN

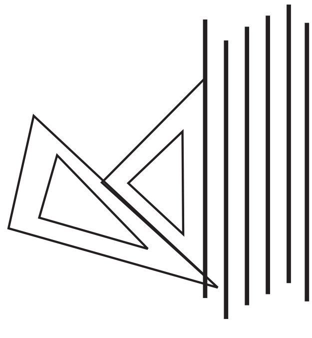



UTILIZACIÓN DE LA ESCUADRA Y EL CARTABÓN MÁS SENCILLAS :

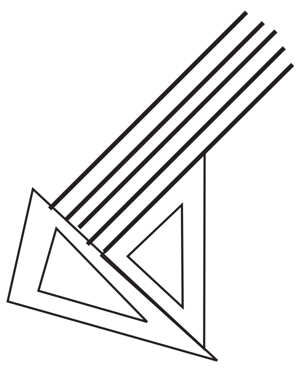
RECTAS HORIZONTALES



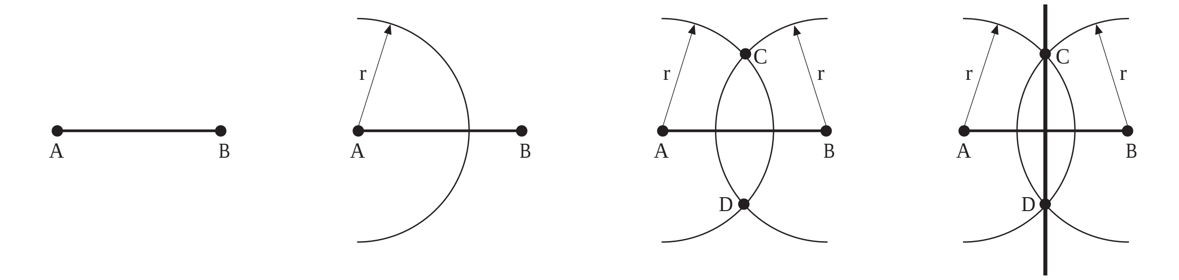
RECTAS VERTICALES



RECTAS OBLICUAS



MEDIATRIZ : Es la recta que divide a un segmento en dos partes iguales.
También sirve para trazar una perpendicular.




Dada el segmento A - B.

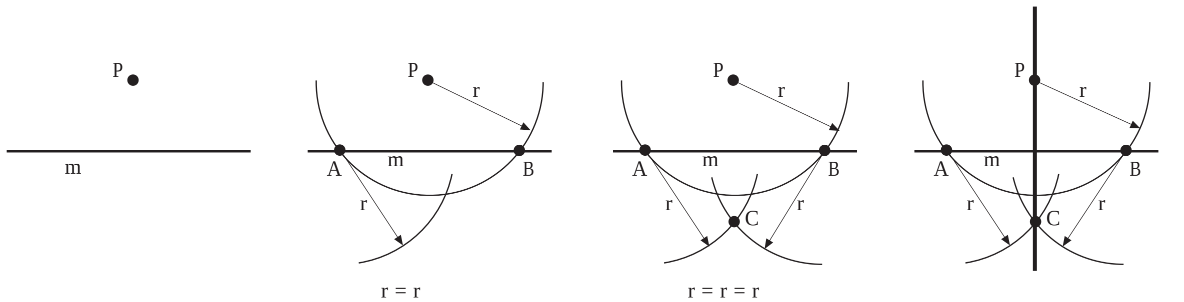
Por A arco mayor que la mitad del segmento

Por B igual y donde corte obtenemos C y D.

Se une C y D que será la recta buscada.

RECTA PERPENDICULAR : Es la recta que se cruza o se corta con otra formando un ángulo de 90º.

RECTA PERPENDICULAR A OTRA DESDE UN PUNTO DADO



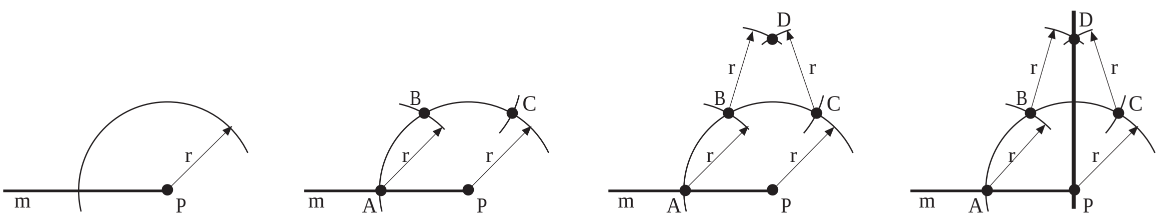

Dada la recta m y el punto P

Por P arco cualquiera y nos da A y B.

Por A y B arco igual. Nos da C.

Unir C con P. Recta buscada.

RECTA PERPENDICULAR A UNA SEMIRRECTA




Dada la recta m y el punto P.
Por P arco cualquiera.

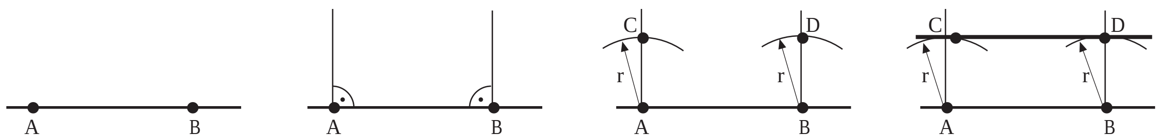
Por A se repite dos veces el mismo arco y nos da B y C.

Por B y C se repite el mismo arco y da D.

Unir P con D. Recta buscada.

RECTAS PARALELAS : Es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de una recta.

RECTA PARALELA A UN SEGMENTO



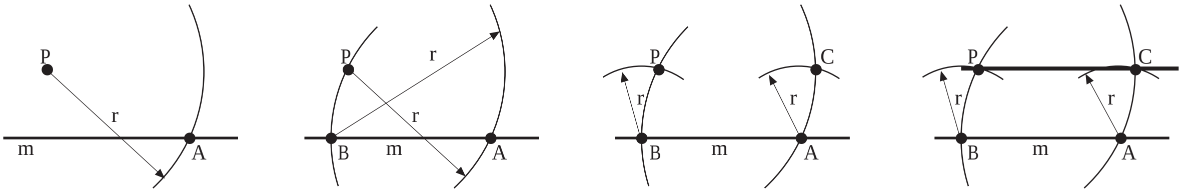

Dado el segmento A -B.

Perpendicular por A y B.

Radio iguales desde A y B.
Y da los puntos C y D.

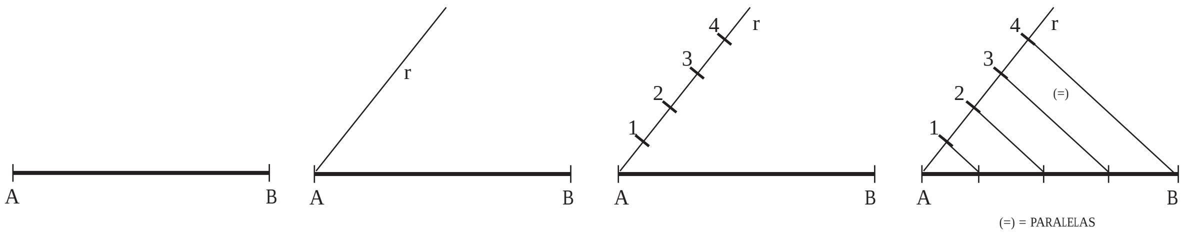
Por C y D unir y nos da la recta buscada.

## RECTA PARALELA A UNA RECTA.




| | | | |
|---|---|---|---|
| | r = r | r = r | |
| Dada la recta m y el punto P. Por P arco cualquiera y nos da A. | Por A arco igual al de P y nos da B. | Por A y B arco igual a la distancia B - P. | Unir P con C, recta buscada. |

## DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN PARTES IGUALES ( TEOREMA DE TALES ).

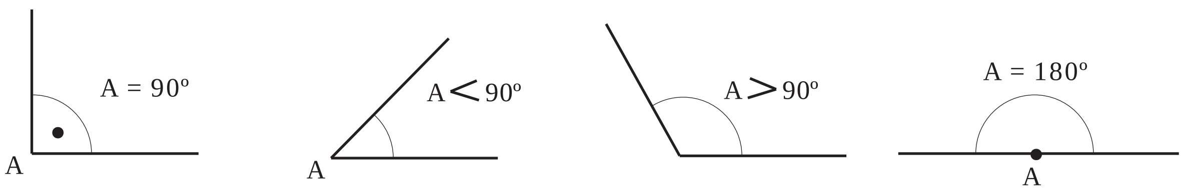



| | | | |
|---|---|---|---|
| Dado el segmento A - B. | Por A semirrecta r con cualquier inclinación. | Se divide la semirrecta r en tantas partes iguales como quieras dividir el segmento. | Se une el 4 con el B.Se trazán paralelas al seg. 4B, quedando dividido el seg. A - B en cuatro partes iguales. |

# Á N G U L O S

DEFINICIÓN: Apertura de dos líneas que se cortan en un punto llamado vértice.

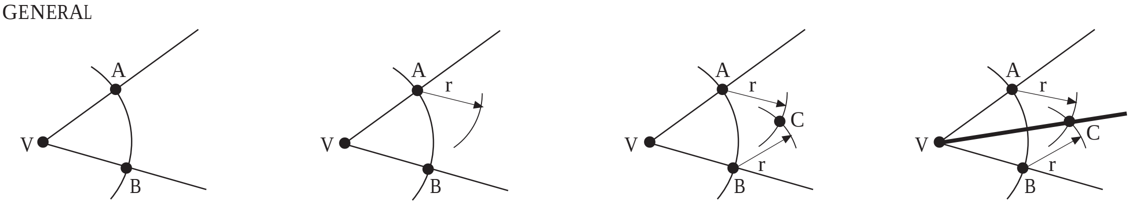
TIPOS DE ÁNGULOS:




Ángulo RECTO — Ángulo AGUDO — Ángulo OBTUSO — Ángulo LLANO

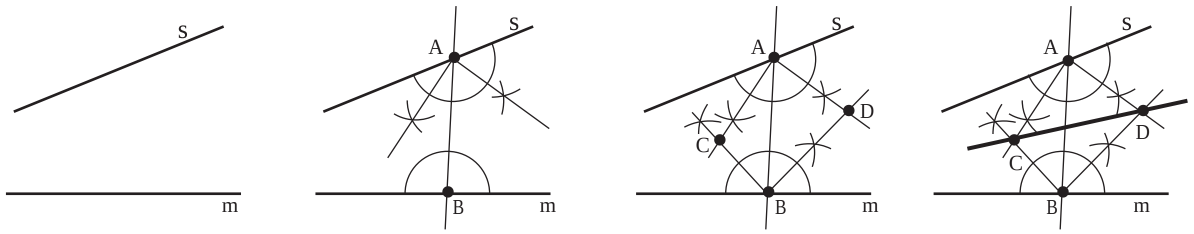
BISECTRiZ : Es la línea que divide al ángulo en dos partes iguales.

CASO GENERAL




| | | | |
|---|---|---|---|
| Dado un ángulo V cualquiera. Su arco nos da el punto A y B. | Por A arco mayor que la mitad de la distancia A - B. | Se repite lo de A en B y nos da el punto C. | Unir V con C. Bisectriz del ángulo. |

BISECTRÍZ CUYO VÉRTICE NO APARECE EN EL DIBUJO



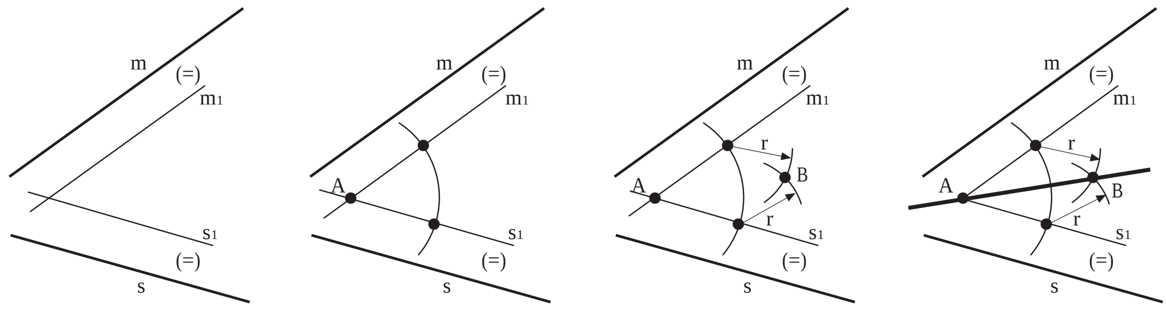

Dado las rectas m y s.

Recta cualquiera que corta a m y s. Nos da el punto A y B.

Por A y B bisectrices de los ángulos formados y nos da C y D.

Unir C con D, recta buscada.

BISECTRÍZ CUYO VÉRTICE NO APARECE EN EL DIBUJO (POR RECTAS PARALELAS)




(=) = PARALELAS

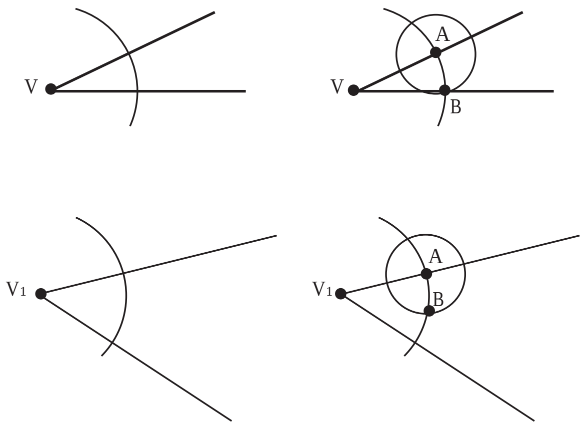
Dadas las rectas m y s. Se trazan rectas paralelas y a la misma distancia $m_1$ y $s_1$.

Donde corte $m_1$ y $s_1$. Nos da el punto A.

Por A se halla la bisectriz y nos da el punto B.

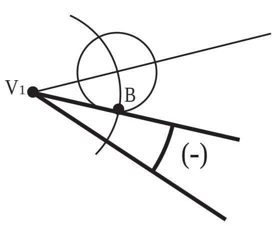
Unir A con B y será la bisectriz del ángulo formado por las rectas m y s.

## RESTA DE ÁNGULOS



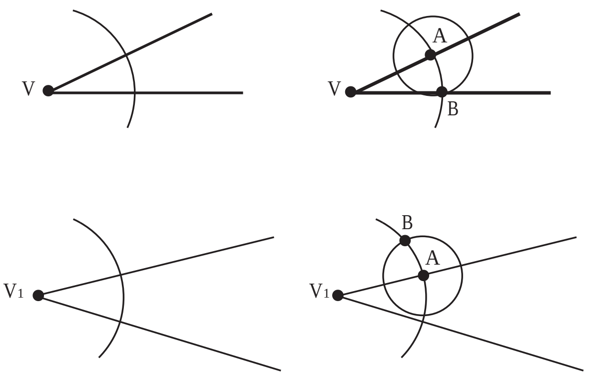

En $V_1$ se va a restar V.
Por $V_1$ arco igual que V.

Por A arco AB en V.
Se hace la misma operación en $V_1$.



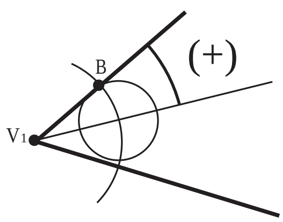

Se une V1 con B, el ángulo que queda es la resta de V.

## SUMA DE ÁNGULOS




En $V_1$ se vá a sumar V.
Por $V_1$ arco igual que V.

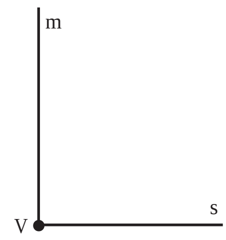
Por A arco AB en V.
Se hace la misma operación en $V_1$.

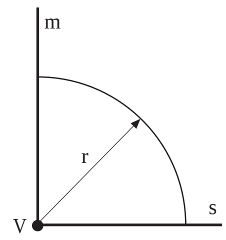


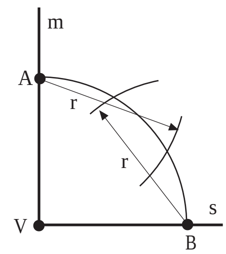

Se une V1 con B, el ángulo que queda es la suma de los dos.

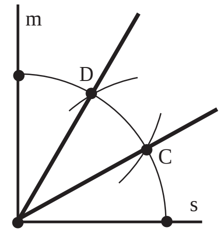
## DIFERENTES CASOS DE ÁNGULOS

### DIVIDIR UN ÁNGULO DE 90º EN TRES PARTES IGUALES



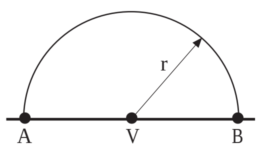

Dada las rectas m y s perpendiculares entre sí y que se cortan en V.

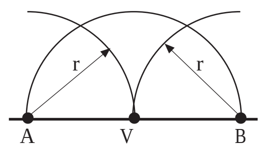
Desde V arco cualquiera (r) y nos da A y B.

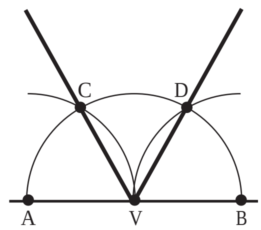
Desde A y B arco igual al anterior (r).

Donde corta obtenemos C y D. Unir C y D con V. Habiendo dividido el ángulo en tres partes iguales.

### DIVIDIR UN ÁNGULO LLANO EN TRES PARTES IGUALES

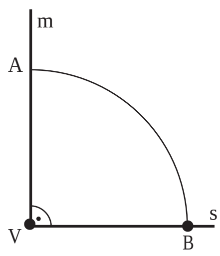

Dada la recta m y el punto V.

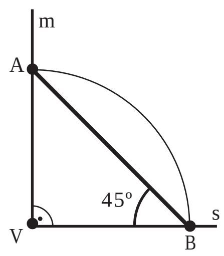
Por V arco cualquiera y nos da A y B.

Por A y B arco de radio AV y BV.

Y nos dan los puntos C y D, unir con V.
Queda el ángulo dividido en 3 partes iguales.

### CONSTRUCCIÓN DE UN ÁNGULO DE 45º

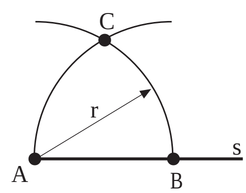


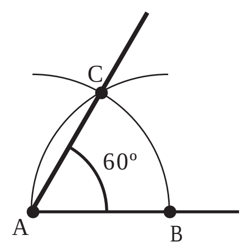




Dada las rectas m y s perpendiculares entre sí y que se cortan en V.
Desde V arco cualquiera y nos da A y B.

Se une A con B y el ángulo que forma es de 45º.

### CONSTRUCCIÓN DE UN ÁNGULO DE 60º




Dada la recta s se toma un punto cualquiera (A) contenido en la recta y desde A se traza un arco cualquiera y nos da B lo mismo se hace desde B.

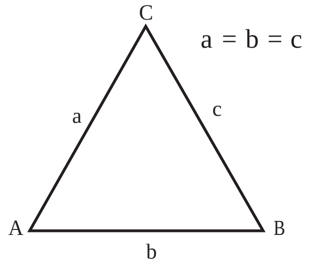
En la intersección nos da C. Se une A con C y nos da el ángulo buscado.

# T R I Á N G U L O S

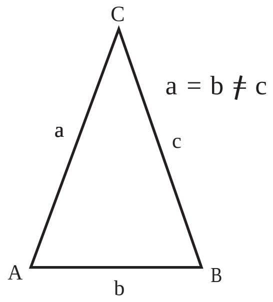
DEFINICIÓN: Son superficies que poseen tres lados y tres ángulos.

CLASIFICACIÓN:

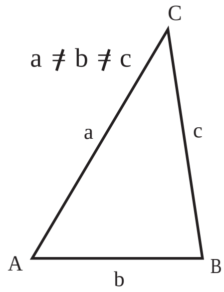
A) SEGÚN SUS LADOS:




EQUILÁTERO

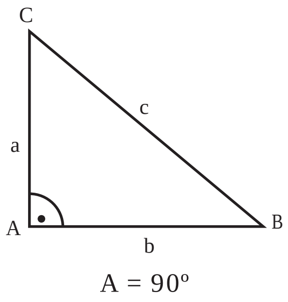



ISÓSCELES

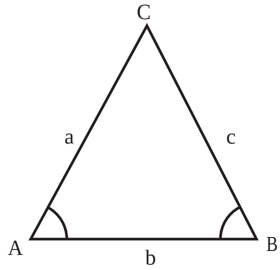



ESCALENO

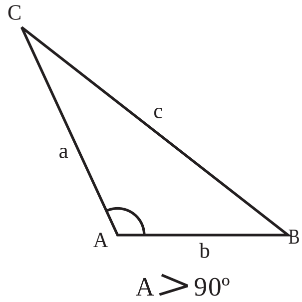
A) SEGÚN SUS ÁNGULOS:




RECTÁNGULO



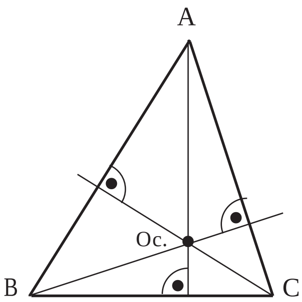

ACUTÁNGULO



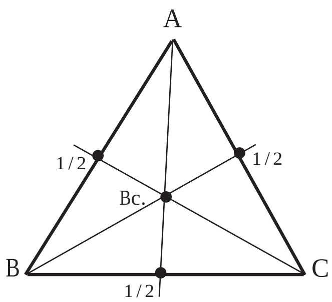

OBTUSÁNGULO

PUNTOS Y LÍNEAS NOTABLES:

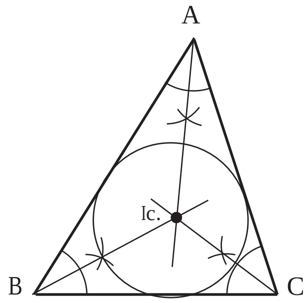
ALTURAS



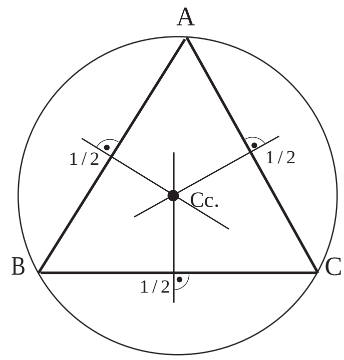

MEDIANAS




BISECTRIZ




MEDIATRICES



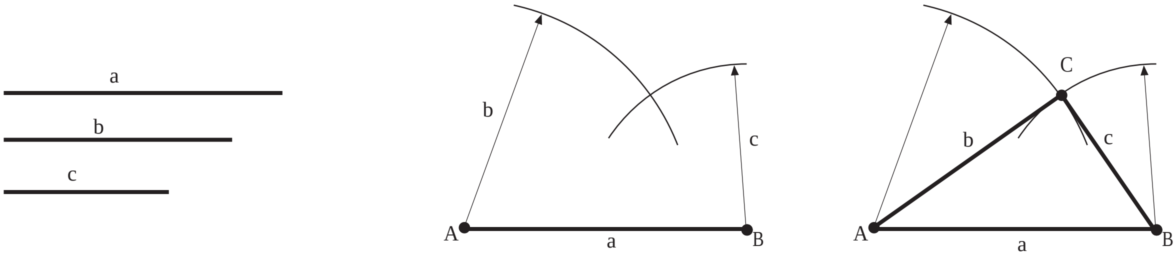

Son las distancias de cada vértice (A,B,C) lado opuesto. El punto común de las tres alturas se llama ORTOCENTRO (Oc).

Son las distancias de cada vértice (A,B,C) al punto medio del lado opuesto. El punto común de las tres medianas se llama BARICENTRO (Bc); que resulta ser el centro de gravedad del triángulo.

Son las bisectrices de cada ángulo del triángulo. las bisectrices se cortan en un mismo punto llamado INCENTRO (Ic); que resulta ser el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.

Son las mediatrices de cada uno de los lados del triángulo. las tres rectas se cortan en un mismo punto llamado CIRCUNCENTRO (Cc); que resulta ser el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

## CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO CONOCIDO LOS 3 LADOS

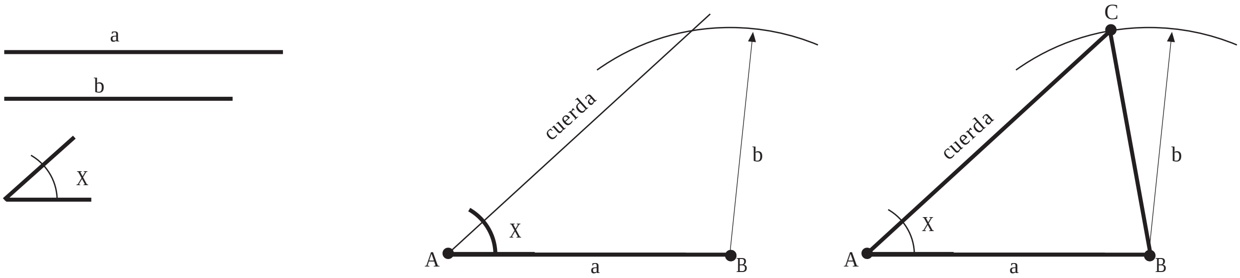



Dado los segmentos a-b-c

Base del triángulo el lado a = AB
Con centro en A arco = b
Con centro en B arco = c

Donde se cruzan los arcos punto C
Unir A - B y C

## CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO CONOCIDO 2 LADOS Y UN ÁNGULO

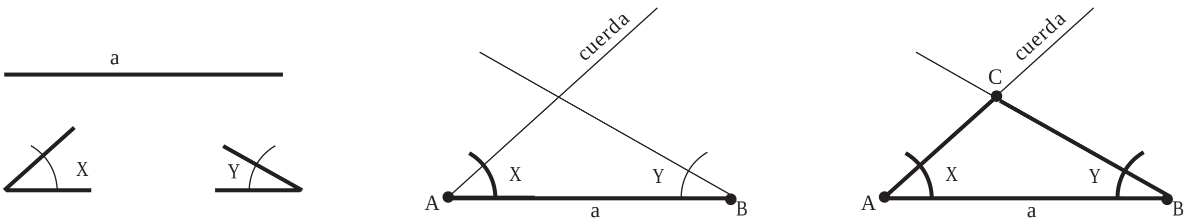



Dado los segmentos a-b y el ángulo X

Base del triángulo el lado a = AB
En A ángulo X
Con centro en B arco b

Donde se cruzan el arco con la cuerda
del ángulo se obtiene el punto C
Unir A - B y C

## CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO CONOCIDO 1 LADOS Y 2 ÁNGULO ADYACENTES

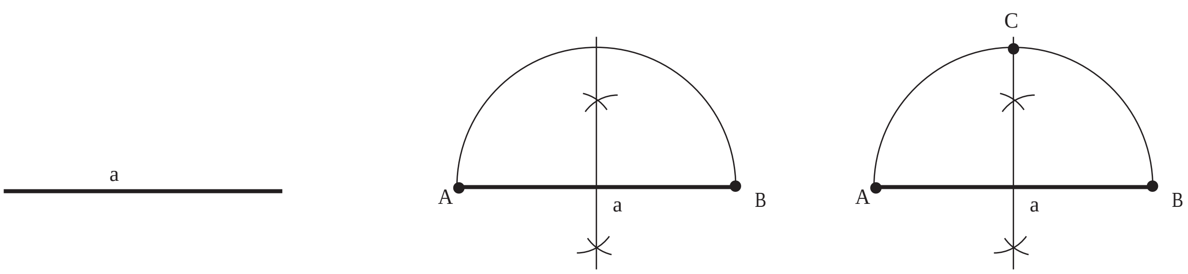



Dado el segmento a y los ángulos X - Y

Base del triángulo el lado a = AB
En A ángulo X
En B ángulo Y

Donde se cruzan las cuerdas de los
ángulos se obtiene el punto C
Unir A - B y C

## CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO ISOSCELES CONOCIDA LA HIPOTENUSA




Dado la hipotenusa a

Base del triángulo la hipotenusa a = AB
Mediatriz
Arco

Donde se cruzan el arco con la
mediatriz se obtiene punto C
Unir A - B y C

# C U A D R I L A T E R O S

DEFINICIÓN: Son superficies que poseen cuatro lados y cuatro ángulos.

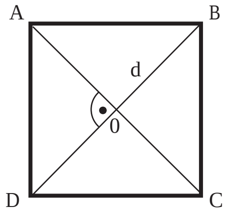
PARALELOGRAMOS: Son los que tienen los lados opuestos y paralelos dos a dos.

TRAPECIOS: Son los que tienen dos lados opuestos paralelos y los otros dos no.

TRAPEZOIDES: Son los que tienen sus lados opuestos no paralelos.

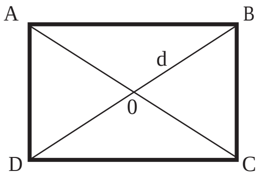
## P A R A L E L O G R A M O S

### CUADRADO



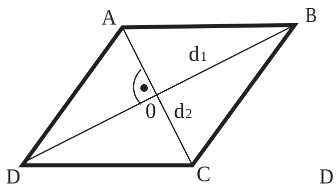

Es el paralelogramo que tiene los lados iguales y los ángulos rectos. Sus diagonales son iguales y se cortan formando un ángulo de 90º.

### RECTÁNGULO



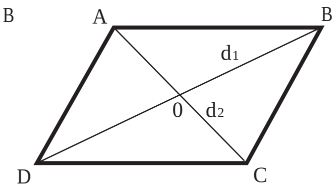

Es el paralelogramo que tiene los lados adyacentes desiguales y los ángulos rectos. Sus diagonales son iguales.

### ROMBO




Es el paralelogramo que tiene los lados iguales y los ángulos opuestos iguales. Sus diagonales son desiguales.

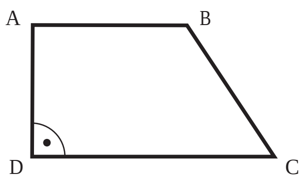
### ROMBOIDE




Es el paralelogramo que tiene los lados adyacentes desiguales y los ángulos opuestos iguales. Sus diagonales son desiguales.

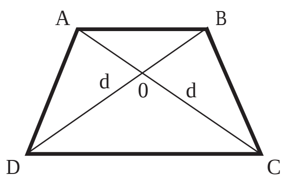
## T R A P E C I O S

### RECTÁNGULO



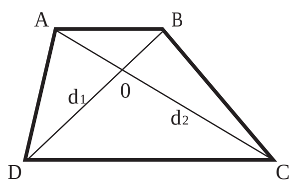

Es el trapecio que tiene dos ángulos rectos.

### ISÓSCELES



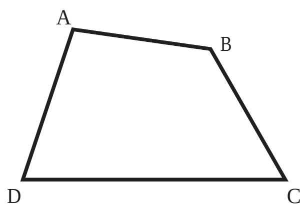

Es el trapecio que tiene los lados no paralelos iguales. Sus diagonales son iguales.

### ESCALENO



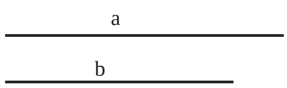

Es el trapecio que no posee ninguna característica de los dos anteriores.

## T R A P E Z O I D E

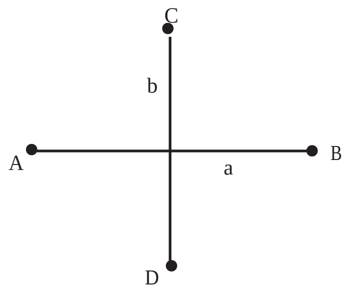



Es el cuadrilátero que no tiene los lados opuestos paralelos.

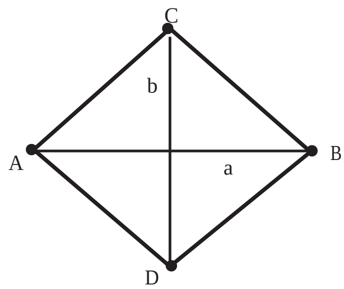
## CONSTRUCCIÓN DE UN ROMBO CONOCIDAS SUS DIAGONALES




Dado las diagonales a - b

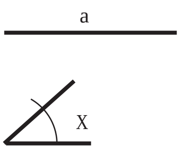



Centrar las diagonales entre si

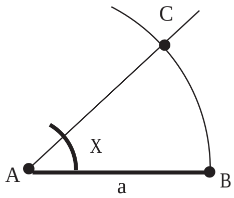



Unir A - B - C y D

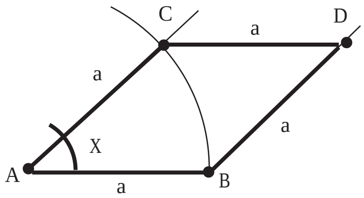
## CONSTRUCCIÓN DE UN ROMBO CONOCIDO 1 LADO Y UN ÁNGULO




Dado el lado a y el ángulo X




Base del rombo el lado a = AB
En A ángulo X
Con centro en A arco a
Donde se cruzan el arco con la cuerda
del ángulo se obtiene el punto C



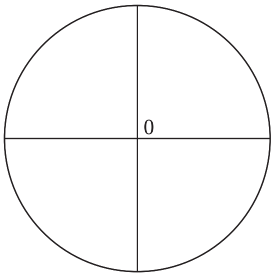

Por B - C paralelas

# P O L Í G O N O S  R E G U L A R E S

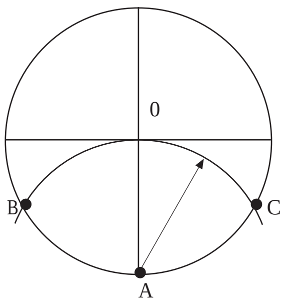
DEFINICIÓN: Son los polígonos formados por lados y ángulos iguales.

## INSCRITOS EN UNA CIRCUNFERENCIA

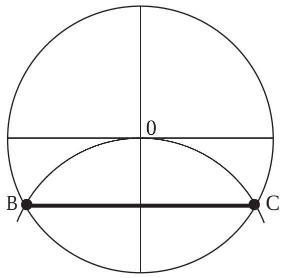
### TRIÁNGULO



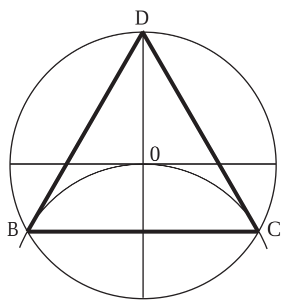

Circunferencia 0 dada.




Desde A arco A0 y nos dá B y C.

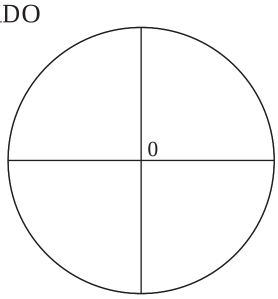



Unir B con C y es el lado del triángulo buscado.

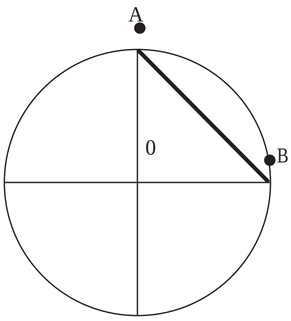



Unir B,C y D.

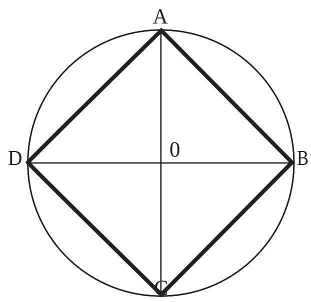
### CUADRADO




Circunferencia 0 dada.

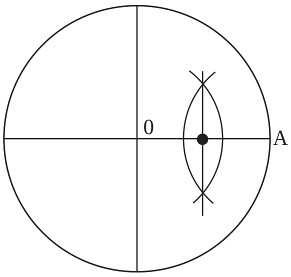



Unir A con B, lado del cuadrado.

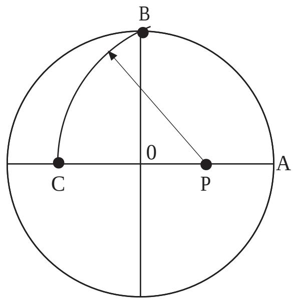



Unir A,B,C y D.

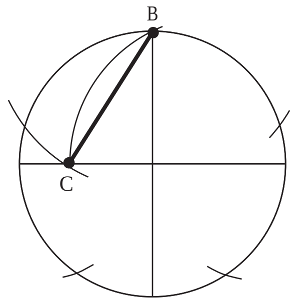
## PENTÁGONO



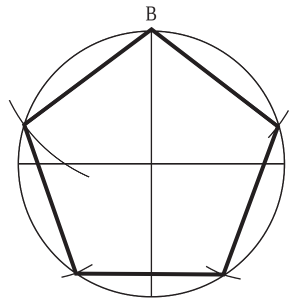

Dado la circunferencia de centro 0.
Mediatriz entre 0 y A.




Desde P radio PB.

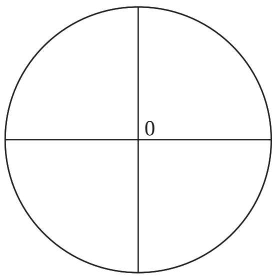



Unir B con C y nos da el lado del polígono.

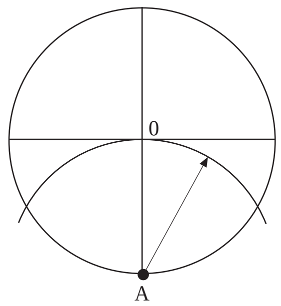



Pinchando en B y distancia el lado, se pone los vértices del polígono hasta completar toda la circunferencia.

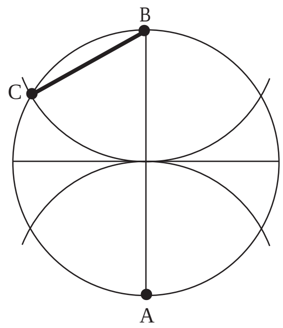
## HEXÁGONO



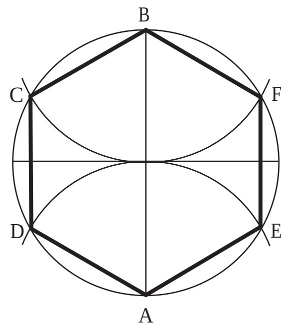

Circunferencia 0 dada.




Desde A arco A0.

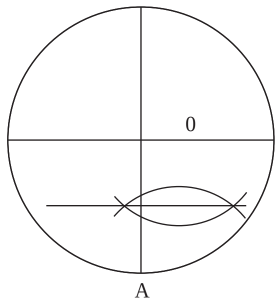



Se repite desde B y nos da el punto C, que uniéndose con B, obtenemos el lado del polígono inscrito.

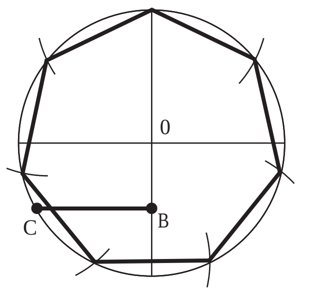



Pinchando en B se va trazando los vértices del polígono.

## HEPTÁGONO

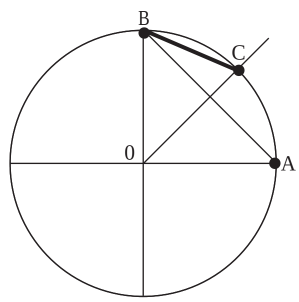



Dada la circunferencia 0.
Mediatriz entre A0.

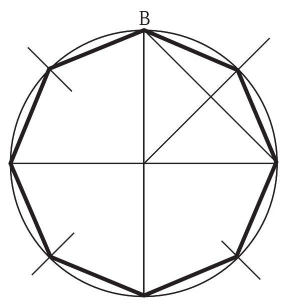



Desde B a C lado del polígono. Pinchando en cualquier punto de la circunferencia y distancia el lado se determina los vértices.

## OCTOGONO

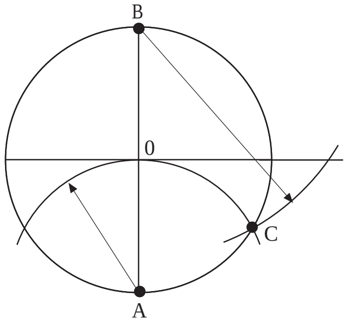


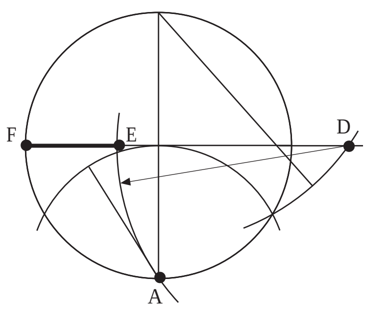

Dada la circunferencia 0.
Se une AB y se halla la mediatriz y donde corta la circunferencia nos da C.
Uniéndo C con A ó B.
Obtenemos el lado del polígono.

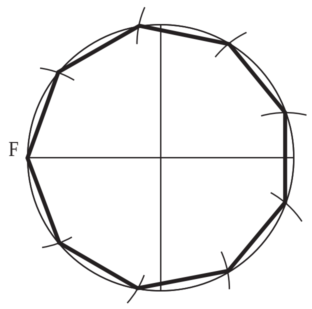



Para determinar el polígono, haremos lo mismo en cada cuarta de circunferencia.

## ENEÁGONO



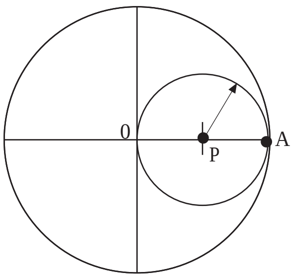



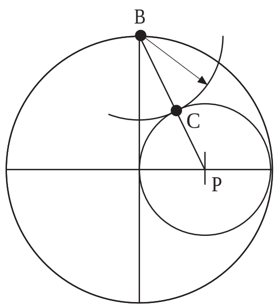

Dada la circunferencia 0.
Desde A arco A0 y nos da el punto C.
Desde B arco BC. Y nos da el punto D.

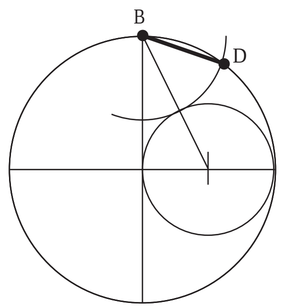
Dado el punto D se toma como centro del arco DA y nos da el punto E, se une con el punto F. Y el segmento EF es el lado del polígono que se busca.

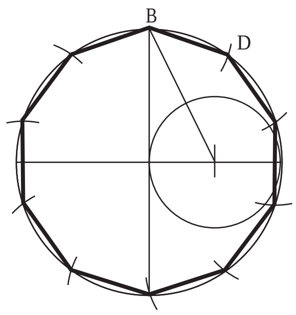
Desde cualquier punto de la circunferencia, por ejemplo el F, se pone los vértices del polígono.

## DECÁGONO



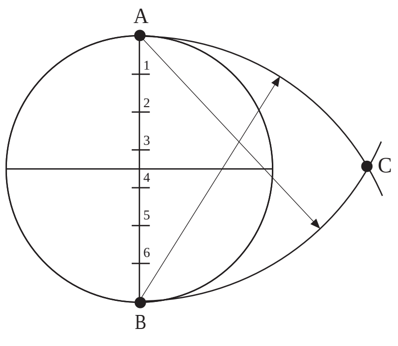

Dada la circunferencia 0.
Mediatriz entre 0A y nos da P.
Por P circ. de radio PA.

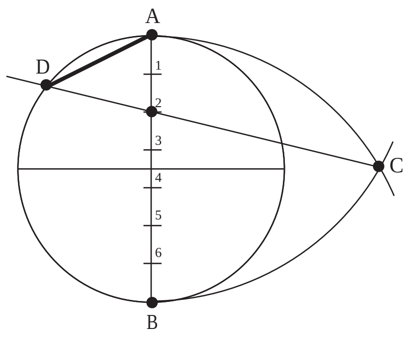
Se une P con B y nos da C.
Con centro en B arco BC.

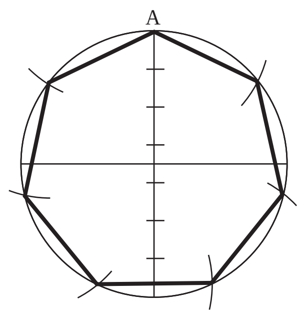
Donde corta el arco BC con la circunferencia, nos dá D.
La distancia entre BD, será el lado del polígono.

Pinchando en B se va trazando los vértices del polígono.

## MÉTODO GENERAL



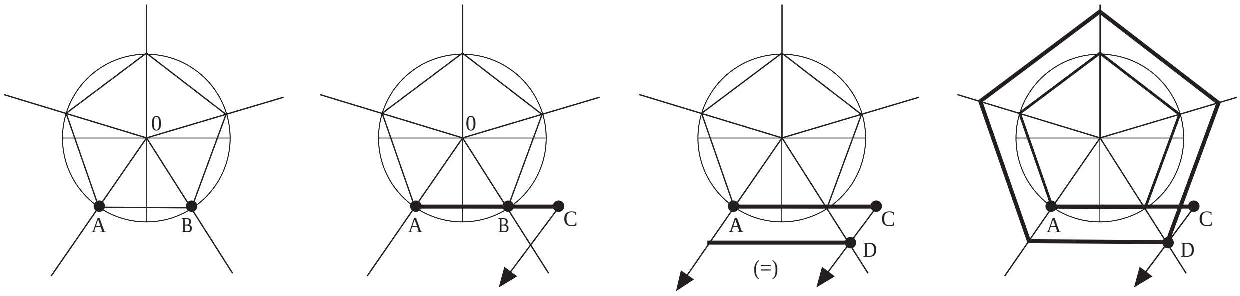

Dada la circunferencia con centro en 0.
Se divide el eje vertical AB en tantas partes iguales segun el número de lados (este caso lo haremos de, 7).
Desde A y B radio el diametro de la circunferencia y nos da C.

Desde C se pasa siempre por el punto 2 y donde corte a la circunferencia nos da D.
Uniendo los puntos DA obtenemos el lado del polígono que queremos trazar.

Desde A ó cualquier punto de la circunferencia se va trazando los vértices del polígono.

SEGÚN EL LADO:

CASO GENERAL A PARTIR DE UN INSCRITO (Ej: Pentágono)



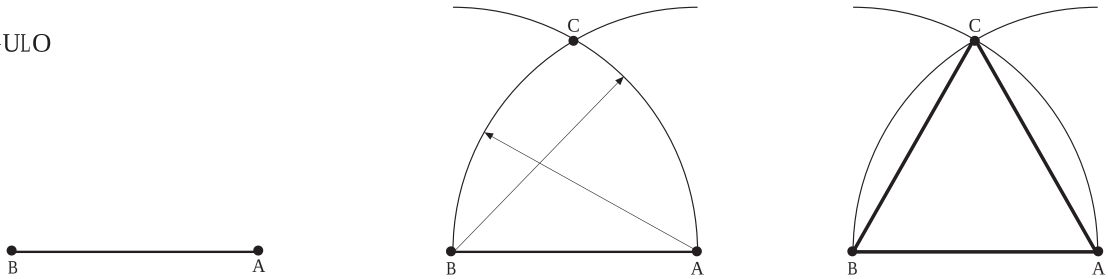

Se traza un polígono inscrito en una circunferencia inferior de tamaño al que queremos dibujar. Siéndo su lado AB. Desde el centro se prolongan rectas que pasan por los vértices.

En cualquier de los lados ejemplo el AB se coloca el lado del polígono que deseamos.

Se desplaza el lado hasta el punto D.

Se va trazando los lados del polígono paralelos a los lados del polígono inscrito.

TRIÁNGULO

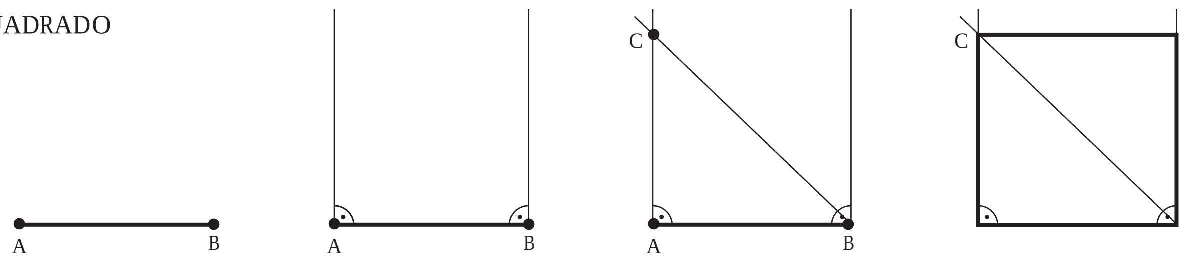



Dado el lado del polígono AB.

Por A y B arco de radio la distancia AB. Donde corta da C.

Unir A,B y C. Polígono buscado.

CUADRADO



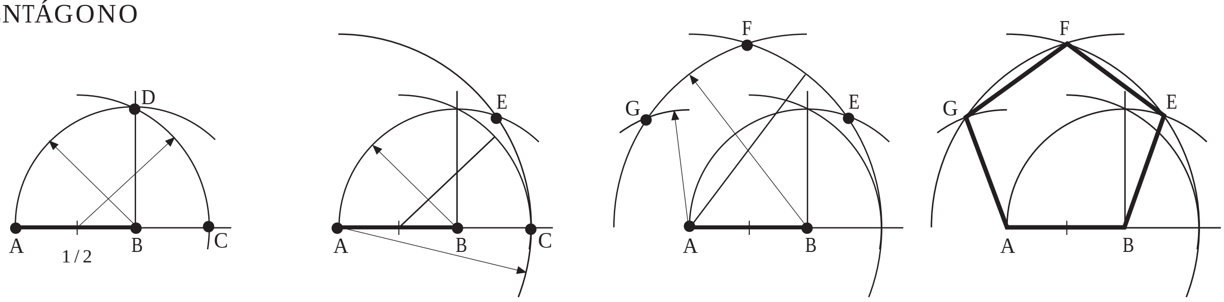

AB lado del cuadrado.

Por A y B rectas perpendiculares.

Por A o B recta a 45º. Nos da el punto C.

Por C paralela a el lado AB. Construir el cuadrado.

PENTÁGONO



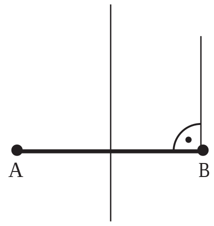

Dado el lado AB
Por B Perpendicular y da D.
Desde B radio AB = D
Con centro en la mediatriz y con radio AB nos da C.

Desde B arco AB y desde A arco AC. En la intersección de los arcos obtenemos el punto E.

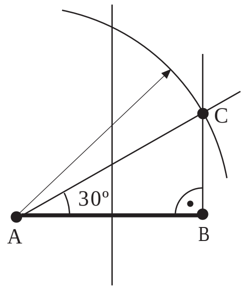
Con el mismo arco AC y pinchando en B, nos da F. Desde A y arco BA da G.

Unir los puntos dados, que serán los vértices del polígono a dibujar.

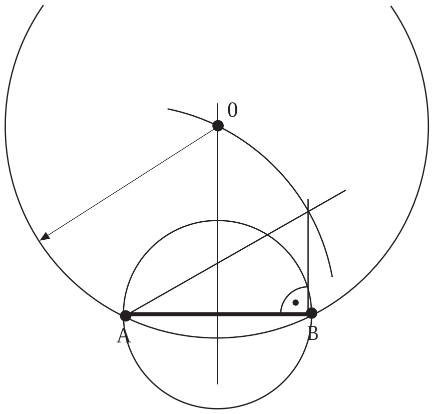
## HEPTÁGONO




Dado el lado AB, mediatriz y perpendicular por B.

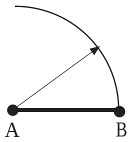



Desde A ángulo de 30º y donde corte con la perpendicular , obtenemos el punto C.
Con centro A y radio AC, hasta cortar a la mediatriz.

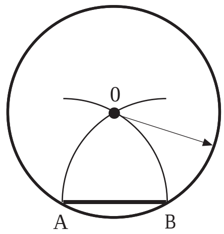



Donde corta nos da 0 centro de la circunferencia, donde está inscrito el polígono.

## HEXÁGONO

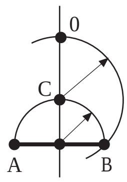



Dado el lado del polígono AB.
Arco desde A con radio AB.

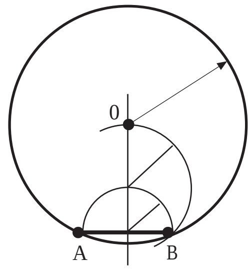



Lo mismo desde B y en la intersección está el centro de la circunferencia C, donde se inscribe el polígono.

## OCTÓGONO

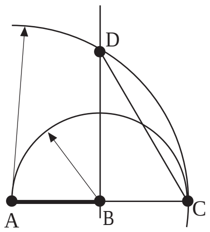



Desde el lado dado AB.
Mediatriz y arco, da el punto C.
Desde C y radio CB arco y da 0.

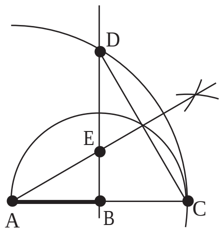



Desde 0 y radio 0A circunferencia donde está inscrito el polígono.

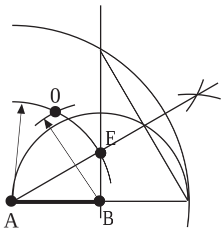
## HEPTÁGONO



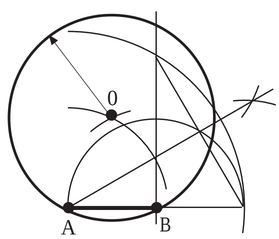

Dado el lado AB.
Por B arco AB y da C.
Por A arco AC y da D.




DC mediatriz del segmento y da E.

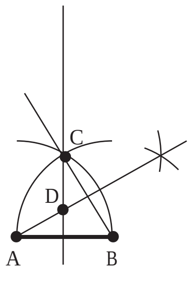



Desde A arco AE.
Desde B arco AE.
En la intersección da 0.

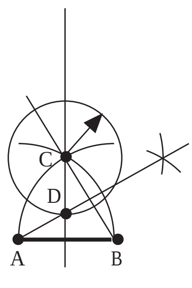



0 será el centro de la circunferencia que con radio 0A se inscribe el polígono.

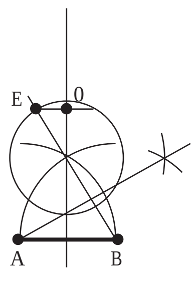
## ENEÁGONO



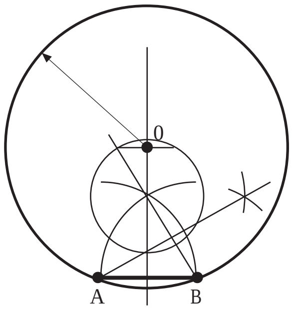

Dado el lado AB.
Por A y B arco y mediatriz donde se cortan se encuentra C.
Por A mediatriz del segmento CB.
Donde se cortan las dos mediatrices encontramos D.




Con centro en C y radio CD se traza una circunferencia.

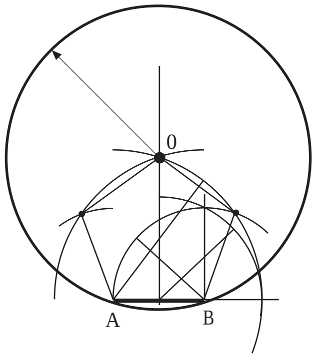



Se prolonga el segmento CB hasta cortar a la circunferencia y nos da el punto E. Por ese punto recta perpendicular a la mediatriz AB. Y obtenemos el punto 0.



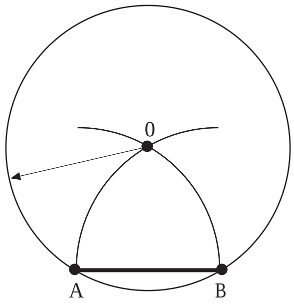

Con centro en 0 y radio 0A o 0B, circunferencia donde está inscrito el polígono.

DECÁGONO

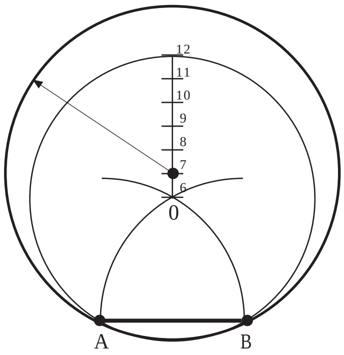



Dado el lado AB.
Se construye un pentágono conocido el lado y donde se encuentra el vértice 0 centro de la circunferencia donde se va a inscribir el poligono.

CASO GENERAL A PARTIR DEL HEXÁGONO



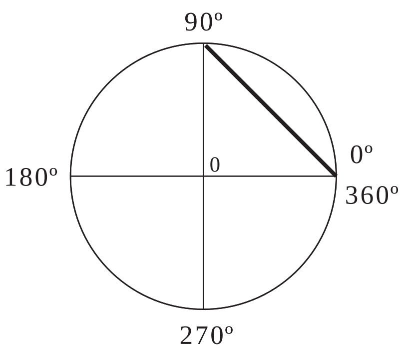

Dado el lado AB se trazan los arcos y en su intersección nos da 0. Centro de la circunferencia donde se inscribe el hexágono.




Ejemplo centro de 7 lados

Sobre el eje vertical y a partir de 0, se divide en 6 partes iguales, que serán los centros de las circunferencias según el número de lados a trazar.

DIVISIÓN DE UNA CIRCUNFERENCIA APLICÁNDO EL GONIÓMETRO

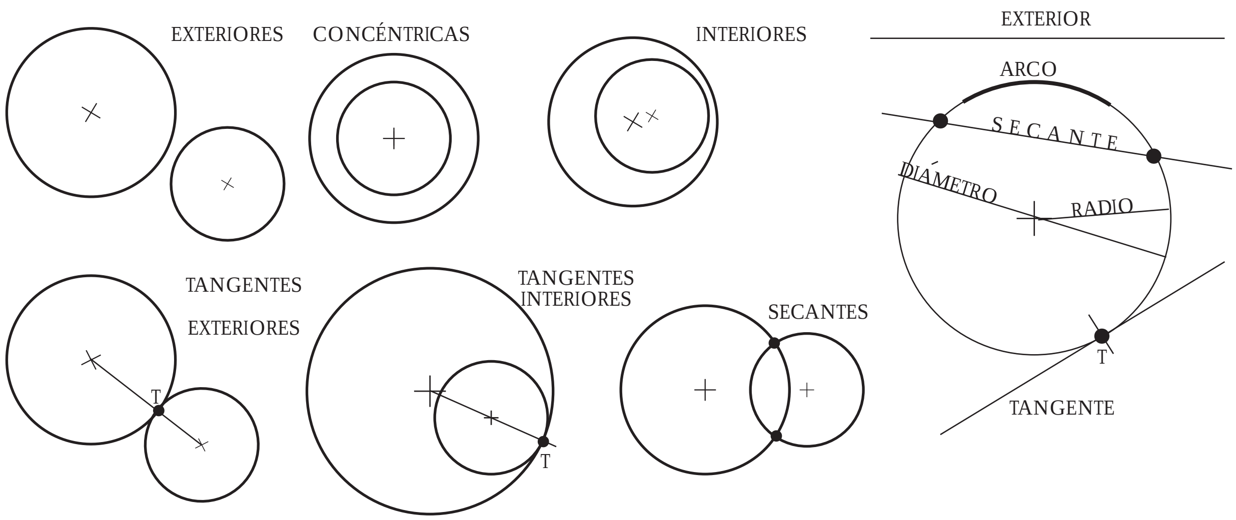



| POLÍGONOS | GRADOS |
|---|---|
| TRIÁNGULO | 120º |
| CUADRADO | 90º |
| PENTÁGONO | 72º |
| HEXÁGONO | 60º |
| OCTÓGONO | 45º |
| ENEÁGONO | 40º |
| DECÁGONO | 36º |
| DODECÁGONO | 30º |

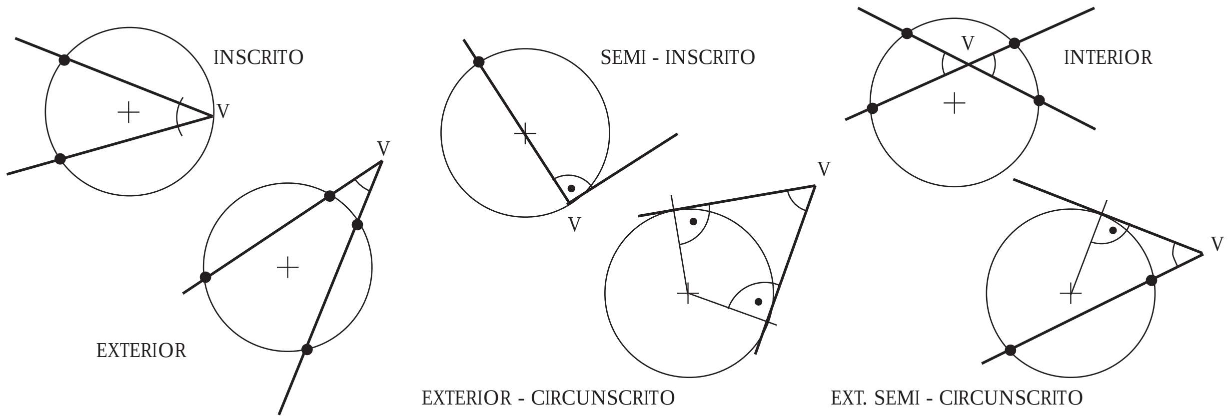
# C I R C U N F E R E N C I A

DEFINICIÓN : Figura Geométrica curva, cerrada y plana que sus puntos equidistan de uno llamado centro.

RELACIONES MÁS NOTABLES

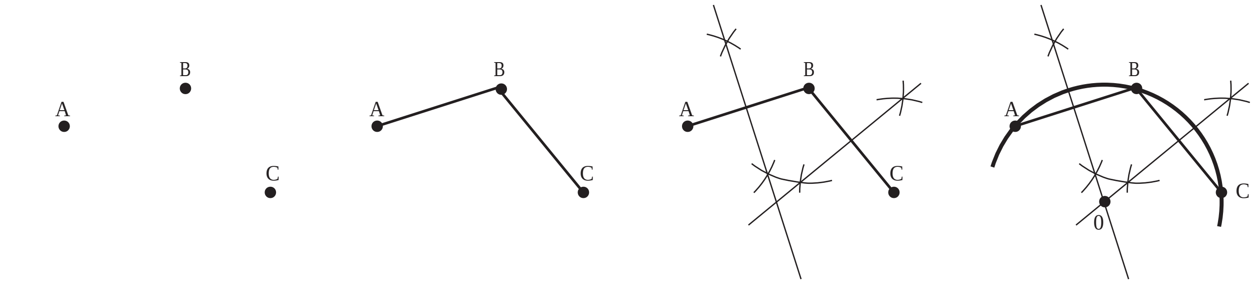



LINEAS Y ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA




ARCO : Es una porción cualquiera de la circunferencia.

ARCO QUE PASA POR 3 PUNTOS DADOS



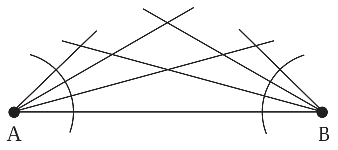

Dado los puntos no consecutivos ABC.

Se une ABC y nos da dos segmentos.

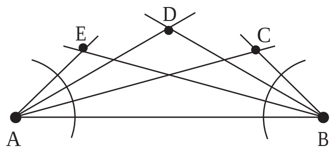
Se hallan las mediatrices de los segmentos.

Donde corten nos da 0 centro de la circunferencia que pasa por ABC.

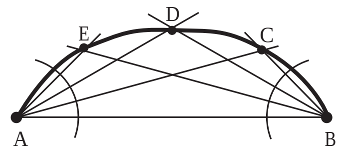
## ARCO DE GRAN RADIO QUE PASA POR 2 PUNTOS DADOS




Dado dos puntos AB, se unen formando un segmento.
Por A y B arco cualquiera, se ponen 3 ángulos iguales.

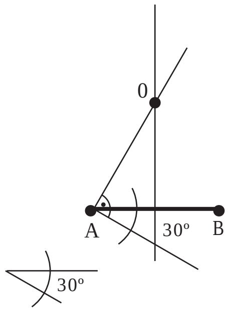



Se unen las cuerdas de mayor a menor y nos da CDE.

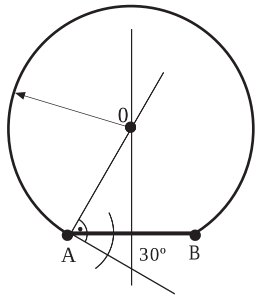



Se unen todos los puntos, formándose el arco. La realización se hará con plantilla.

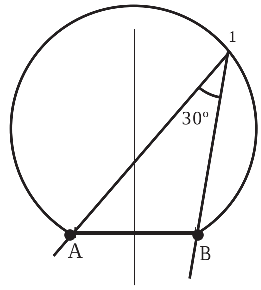
## ARCO CAPAZ : Es el lugar geométrico de los vértices de un ángulo cuyos lados pasan por dos puntos fijos.



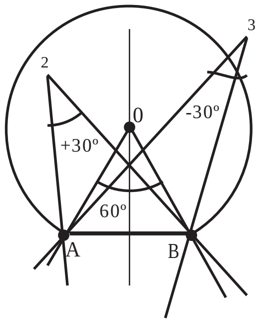

Dado el segmento AB y el ángulo que queremos aplicar.
Mediatriz AB, se coloca el ángulo en A.
Desde A perpendicular y donde corte a la mediatriz, obtenemos el punto 0.




Desde 0 y radio que pase por A ó B.




Cualquier vértice que tomemos en la circunferencias y sus cuerdas pasen por AB, el ángulo dado será igual al establecido.

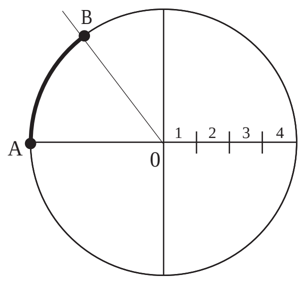



Si el vértice parte del centro el ángulo será el doble. (0)
Si el vértice parte del círculo el ángulo será mayor. (2)
Si el vértice parte del exterior de la circunferencia el ángulo será menor. (3)

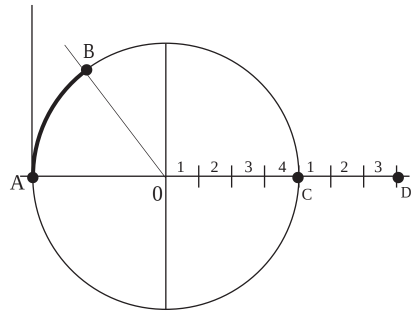
# R E C T I F I C A C I Ó N

DEFINICIÓN : En geometría se entiende por rectificación, el determinar sobre una línea recta, la longitud de una curva, arco o circunferencia.

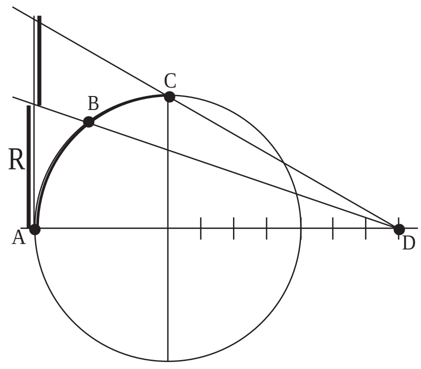
## RECTIFICACIÓN DE UN ARCO MENOR DE 90º




El arco a rectificar es el AB.
Dividimos el radio en 4 partes iguales.

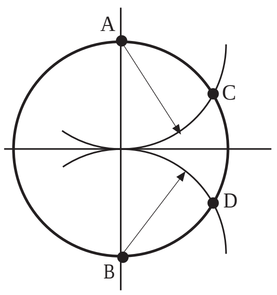



Por A perpendicular.
A partir de C se pone 3/4 del radio y nos da D.

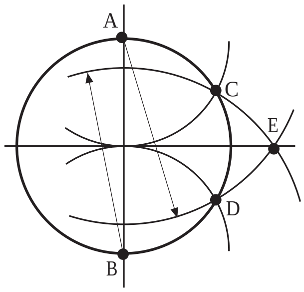



Se une DB y nos da en la perpendicular la rectificación del arco AB.
Se une DC y nos da en la perpendicular la rectificación del arco AC.

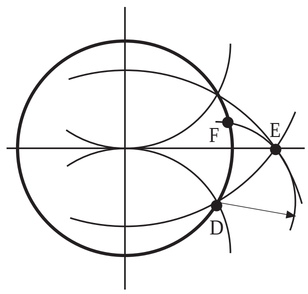
## RECTIFICACIÓN DE UN CUADRANTE DE CIRCUNFERENCIA



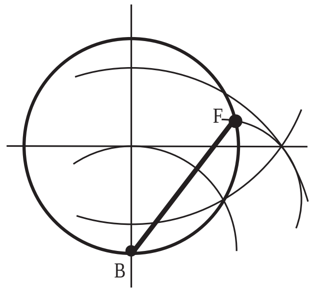

Se traza la circunferencia dada y con centro en A y B arco valor el radio y nos da CD.




Por A arco AD.
Por B arco BC.
En la intersección nos da E.

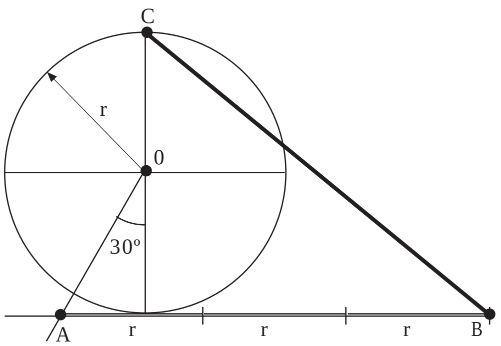



Por D arco DE y cuando corta a la circunferencia nos da F.



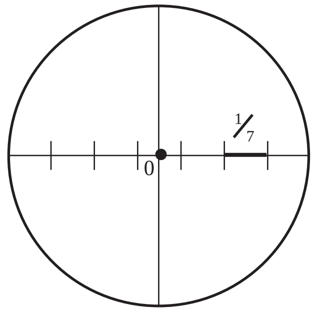

Unir F con B que será el segmento que corresponde a la rectificación buscada.

## RECTIFICACIÓN DE UNA SEMI-CIRCUNFERENCIA




Se traza la circunferencia de centro 0 y radio r. En el eje vertical se pone 30º y cuando se corta con la perpendicular al eje, encontramos con A.
Por la semirrecta A se coloca 3 veces el valor del radio y da el punto B.
Unimos el punto B con el C y es la rectificación buscada.

## RECTIFICACIÓN DE UNA CIRCUNFERENCIA




$2 r R = D + D + D + D / 7$

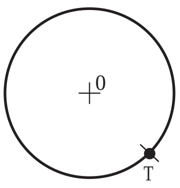
Se traza la circunferencia 0, se divide el eje horizontal en 7 partes iguales.
Sobre una recta se coloca 3 veces el valor del diámetro y una 1/7 parte y esa longitud será el valor de su rectificación.

# T A N G E N C I A S

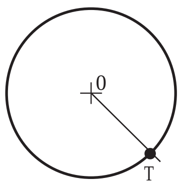
DEFINICIÓN : Es el punto común entre una recta y una circunferencia o entre dos circunferencias.

## TANGENCIA ENTRE RECTA Y CIRCUNFERENCIA

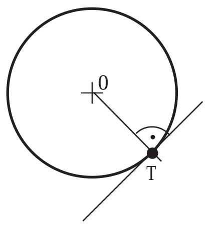
### CONOCIDO EL PUNTO DE TANGENCIA



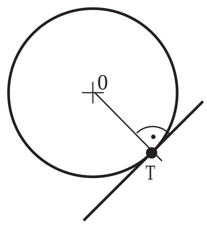

Dada la circunferencia 0 y un punto T que será el tangente de la recta.




Unir 0 con T.

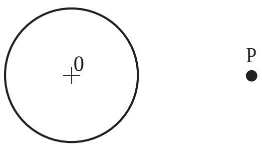



Por T recta perpendicular.

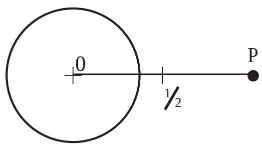



La recta perpendicular es la recta tangente a la circunferencia en el punto T.

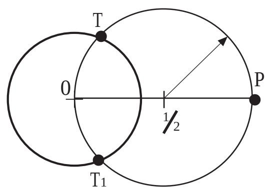
### DESDE UN PUNTO EXTERIOR



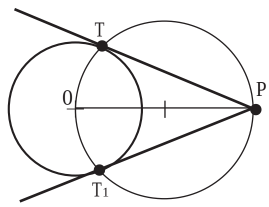

Dada la circunferencia 0 y el punto P.




Se une 0 con P y se halla la mediatriz.

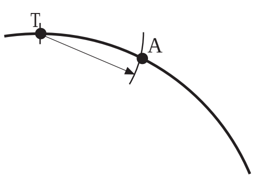



Desde la mediatriz se traza una circunferencia que pasa por P y es secante a la circunferencia en los puntos T y $T_1$.

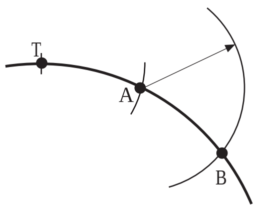



Unir P con T y $T_1$.
T y $T_1$ puntos tangentes de las rectas tangentes a la circunferencia..

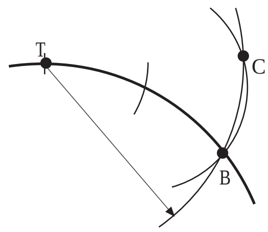
### RECTA TANGENTE A UN ARCO Y UN PUNTO DADO



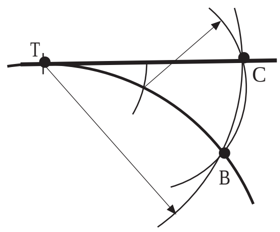

Desde T radio cualquiera y nos da A.




Desde A se repite el radio y nos da B.

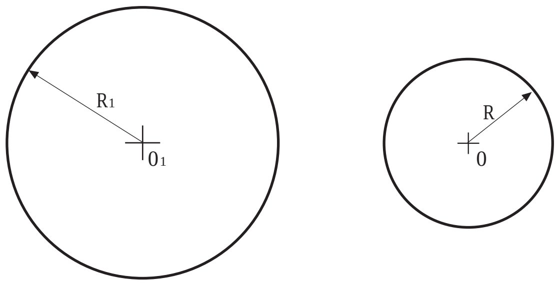



Desde T radio TB y donde corte con el arco inicial obtenemos C.

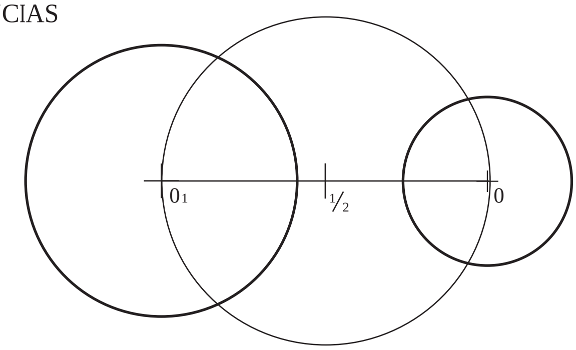



Unir T con C y es la recta tangente en T del arco inicial.

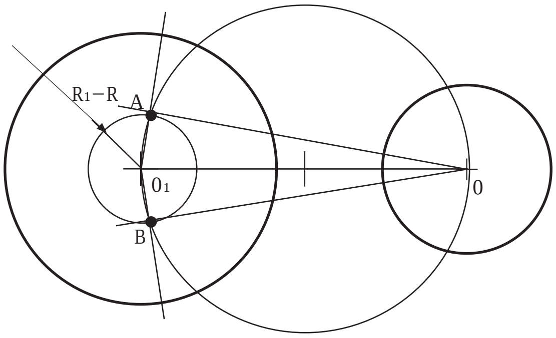
## RECTAS TANGENTES EXTERIORES A DOS CIRCUNFERENCIAS



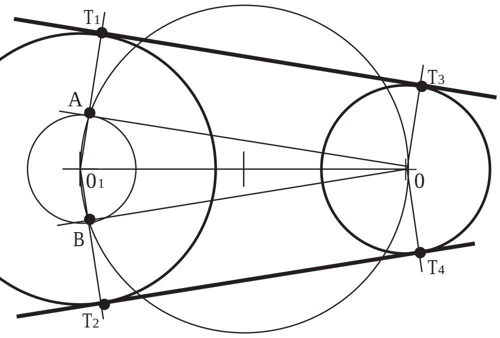

Dada las circunferencias 0 con radio R y $0_1$ con radio $R_1$.




Se une 0 con $0_1$ se halla la mediatriz que será el punto centro de la circunferencia que pasa por 0 y $0_1$.



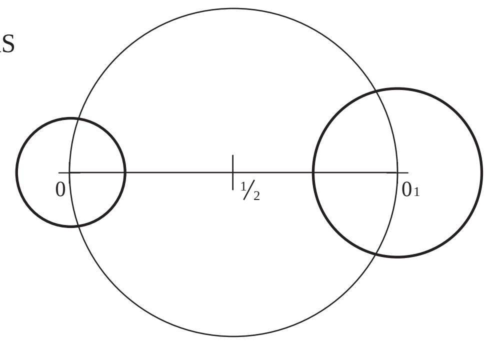

Se resta en $0_1$ ($R_1$ - R). Y nos da A y B, desde $0_1$ se une con A y B. Unir O con A y B



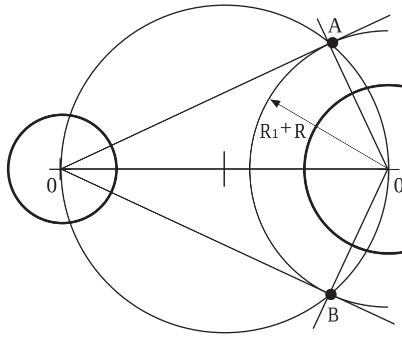

En 0 paralelas a las rectas $0_1$A y $0_1$B.
Donde cortan a las circunferencias puntos tangentes ($T_1$ $T_2$ $T_3$ $T_4$).
Unir los puntos de tangencias y obtenemos las rectas exteriores a las dos circunferencias.

## RECTAS TANGENTES INTERIORES A DOS CIRCUNFERENCIAS

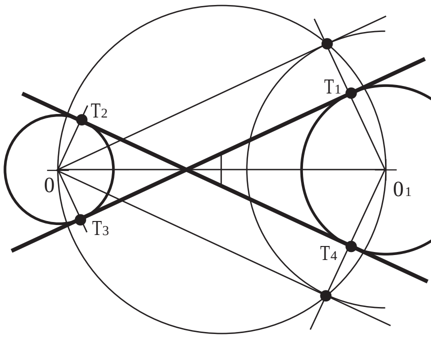

Dada las circunferencias 0 con radio R y $0_1$ con radio $R_1$.




Se une 0 con $0_1$ se halla la mediatriz que será el punto centro de la circunferencia que pasa por 0 y $0_1$.

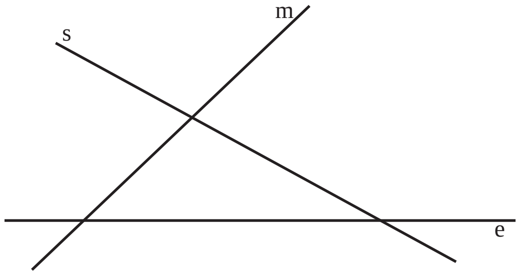


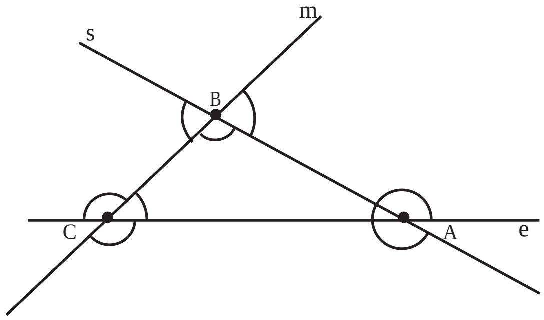

Se suma en $0_1$ ($R_1$ + R). Y dá A y B, desde $0_1$ se une con A y B. Unir O con A y B.




En 0 paralelas a las rectas $0_1$A y $0_1$B.
Donde cortan a las circunferencias puntos tangentes ($T_1$ $T_2$ $T_3$ $T_4$).
Unir los puntos de tangencias y obtenemos las rectas interiores a las dos circunferencias.

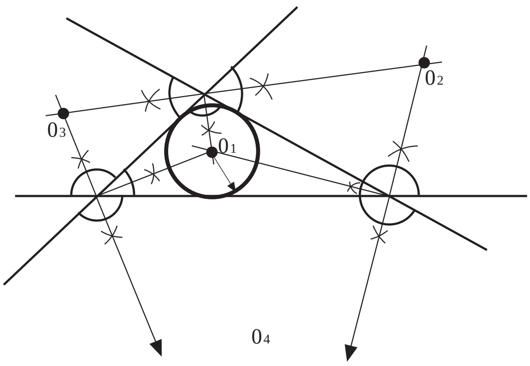
## TANGENCIAS A TRES RECTAS DADAS

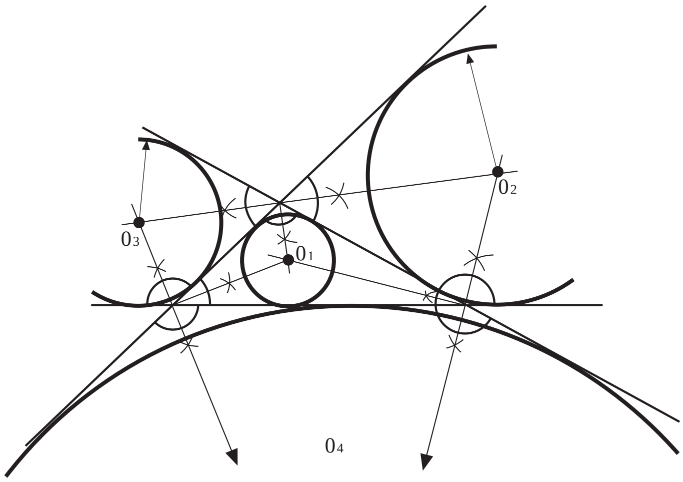



Dadas las rectas m,s y e que se cortan de forma arbitraria.

Nos dá los puntos A,B y C.
Se trazan los arcos de los ángulos que forman entre sí.



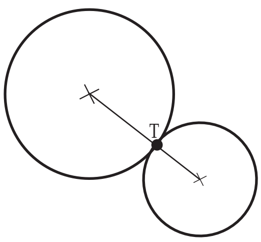




Se halla las bisectrices y en sus intersecciones están los centros de las circunferencias tangentes.

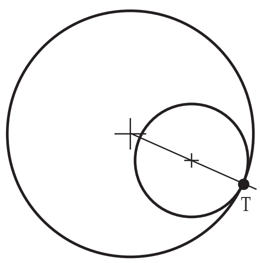
Trazar circunferencias tangentes.

## TANGENCIA ENTRE CIRCUNFERENCIAS

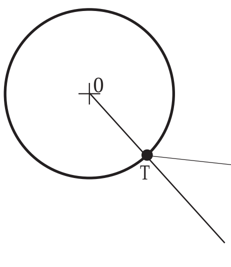
### TANGENCIA EXTERIOR

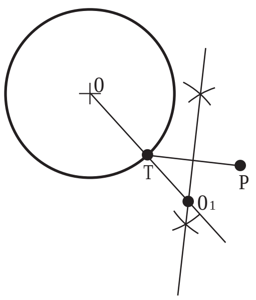


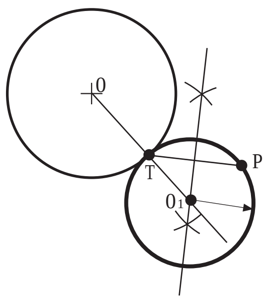

### TANGENCIA INTERIOR




### DESDE UN PUNTO EXTERIOR



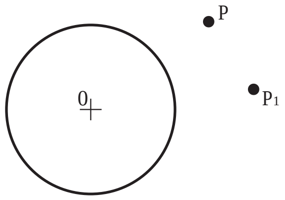




Dada la circunferencia 0 y el punto P.
Desde 0 recta cualquiera que corte a la circunferencia y nos da T, punto tangente de las circunferencias.
Se une T con P.

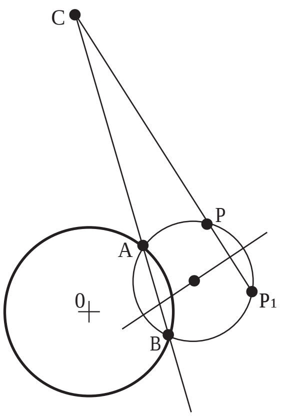
Se halla la mediatriz entre TP y donde corta la recta que nace de 0 y la mediatriz, obtenemos $0_1$.

Pinchando en $0_1$ y radio $0_1P$ se traza la circunferencia.

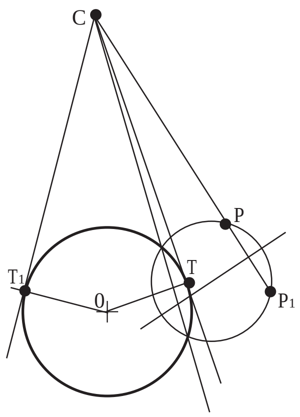
## DESDE DOS PUNTOS EXTERIORES



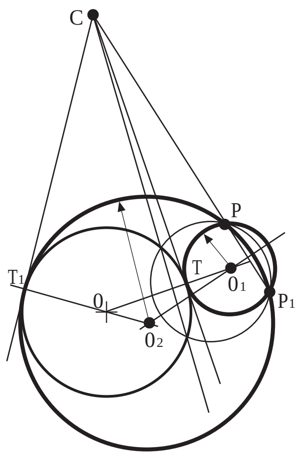

Dada la circunferencia 0 y los puntos P $P_1$.




Se une P y $P_1$.
Se halla la mediatriz y en ella se traza una circunferencia de radio cualquiera que pase por P y P1.
Siendo secante a 0 en A y B.
Se prolonga el segmento AB y $PP_1$ hasta cortarse, dando el punto C.

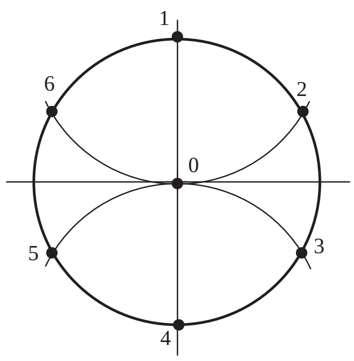



Desde C rectas tangentes a 0 con los puntos de tangencia T $T_1$.

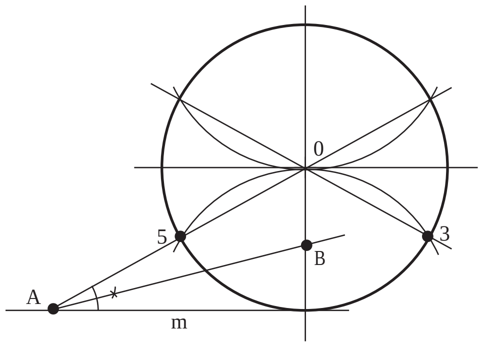



Se prolonga T0 y nos da $0_1$.
Se prolonga $T_1$0 y nos da $0_2$.
Dado los dos centros con radio $0_1$P y $0_2$P, se trazan las circunferencias buscadas.

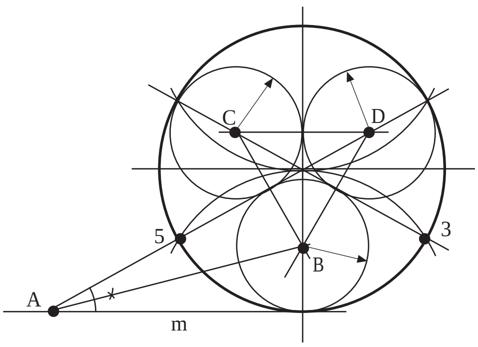
## TANGENTES ENTRE SÍ E INTERIOR A OTRA



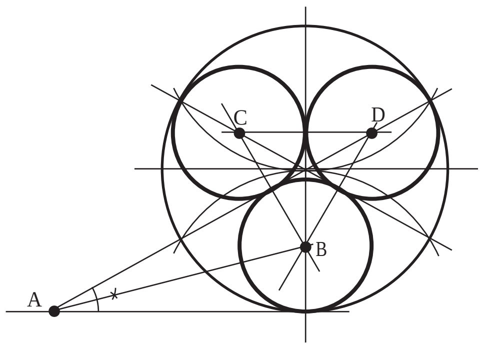

Dada la circunferencia 0 se ha dividido en el número de6 partes iguales que se quiere inscribir (metodo del hexágono ).




Recta perpendicular al eje vertical.
Se une 0 con 5 y nos da A.
Bisectriz y donde corta al eje vertical, obtenemos B.

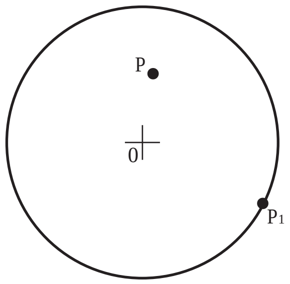



Desde B perpendicular a 05 y 03. Nos da C y D.

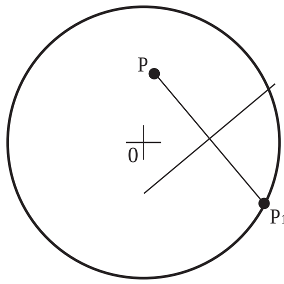



B,C y D centros de las circunferencia tangentes interior a 0.

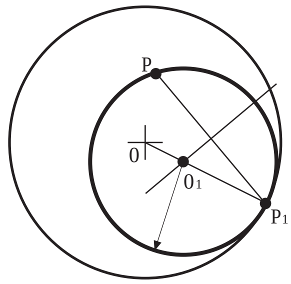
## DESDE UN PUNTO INTERIOR




Dada la circunferencia 0 y los puntos P, $P_1$.



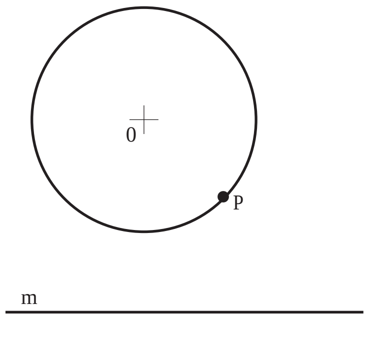

Se unen y se hallan la mediatriz.



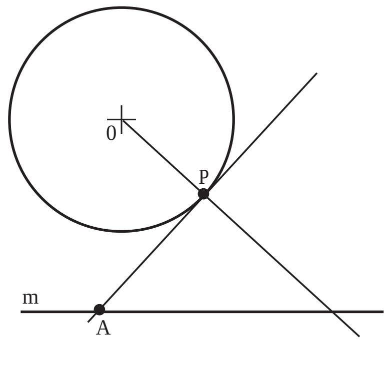

Donde corte la mediatriz con el segmento $0P_1$.Centro $0_1$ de la circunferencia a trazar.

# CASOS MIXTOS

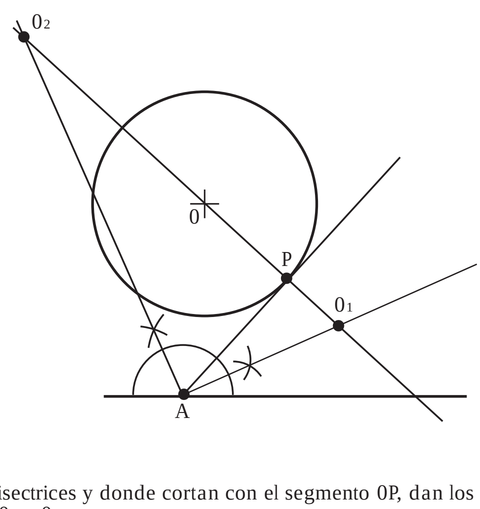
## TANGENCIAS A UNA RECTA Y UNA CIRCUNFERENCIA CONOCIDO EL PUNTO DE TANGENCIA



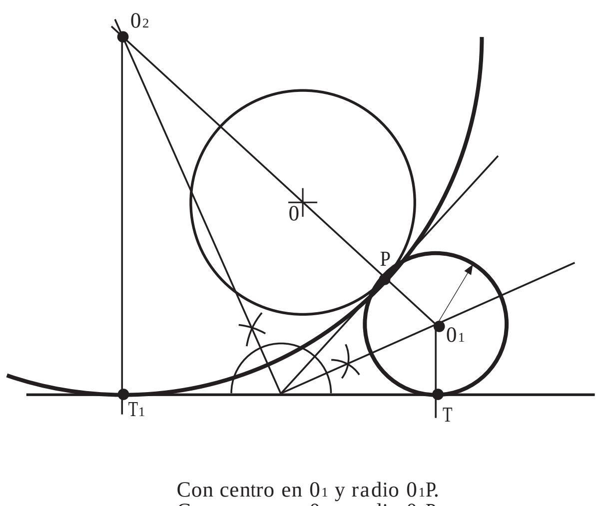

Dada la circunferencia 0, el punto P y la recta m.




Se une 0 con P, se traza recta tangente en P y da A.

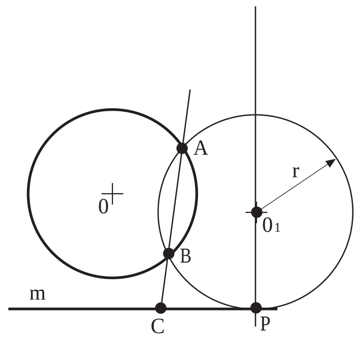



Por A bisectrices y donde cortan con el segmento 0P, dan los centros $0_1$ y $0_2$.

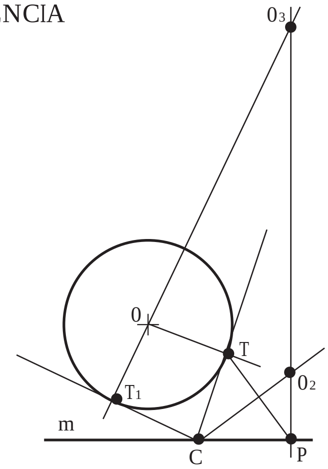



Con centro en $0_1$ y radio $0_1P$.
Con centro en $0_2$ y radio $0_2P$.
Se trazan las circunferencias buscadas.
Se hallan las tangencias P T $T_1$.

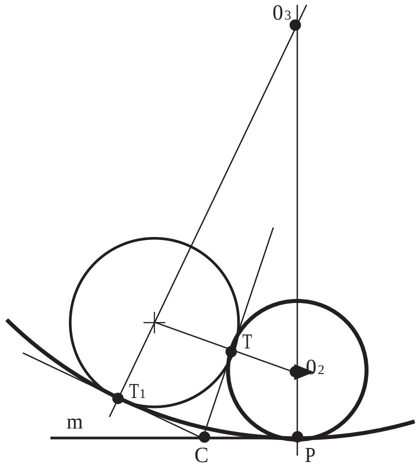
## TANGENCIAS A UNA CIRCUNFERENCIA Y A UNA SEMIRRECTA




Dada la circunferencia 0, la recta m y el punto P.
Por P perpendicular.
Se toma un centro y un radio cualquiera ($0_1$) siendo secante en A y B a 0.
Unir AB y nos da C en m.

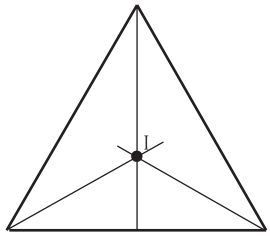



Desde C rectas tangentes a 0 y nos dan los puntos de tangencia T y $T_1$.
Unir T con P y desde C semirrecta perpendicular y donde corta a la per. de P, obtenemos el centro $0_2$,uno de los centros buscados.
Se prolonga $T_1$0 y donde corta con la perpendicular de P, tenemos el centro $0_3$.

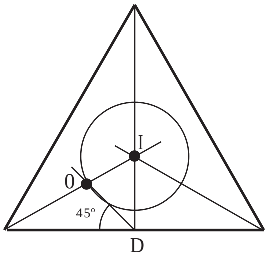



Hallados los centros de las circunferencias buscadas sólo queda trazar.
Con centro $0_2$ y radio $0_2$ P.
Con centro $0_3$ y radio $0_3$ P.

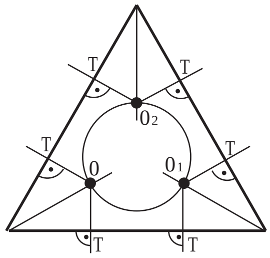
## CIRCUNFERENCIAS TANGENTES ENTRE SÍ Y A UN TRIÁNGULO



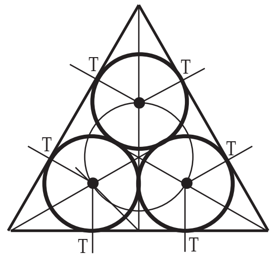

Dado el triángulo ABC.
Se halla el Incentro.




Por D ángulo de 45º y nos da el centro 0.
Con centro en I y radio I0 se traza una circunferencia.

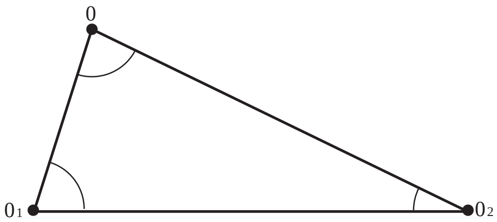



Donde corte la circunferencia con las otras bisectrices, obtenemos los centros $0_1$ $0_2$.
Por los centros perpendiculares para determinar las tangencias.

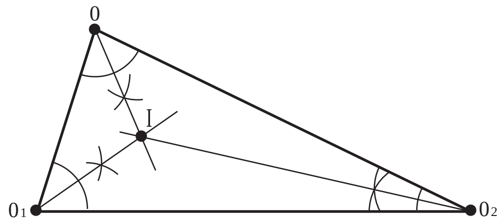



Con los centros 0 $0_1$ $0_2$ y radios T. Se trazan las circunferencias.

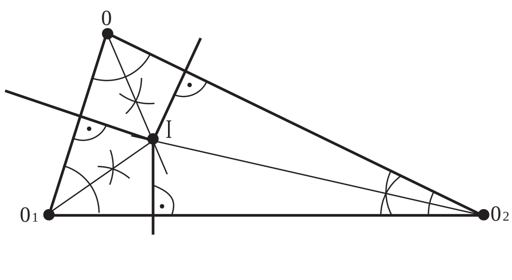
## CIRCUNFERENCIAS TANGENTES ENTRE SÍ Y QUE TENGAN POR CENTROS LOS VÉRTICES DE UN TRIÁNGULO



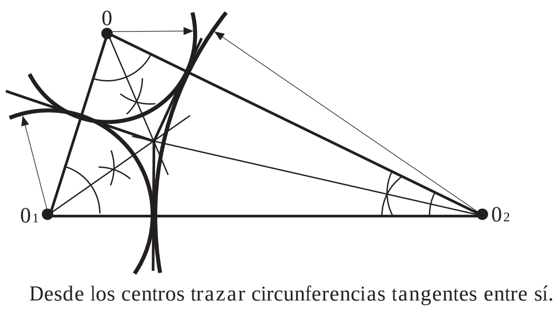

Dado el triángulo cuyos vértices son centros de las circunferencias que vamos a trazar.




Bisectriz de los ángulos que forma y da el Incentro del triángulo.




Desde el incentro perpendicular a los lados que determinan las tangencias y los valores de radio.

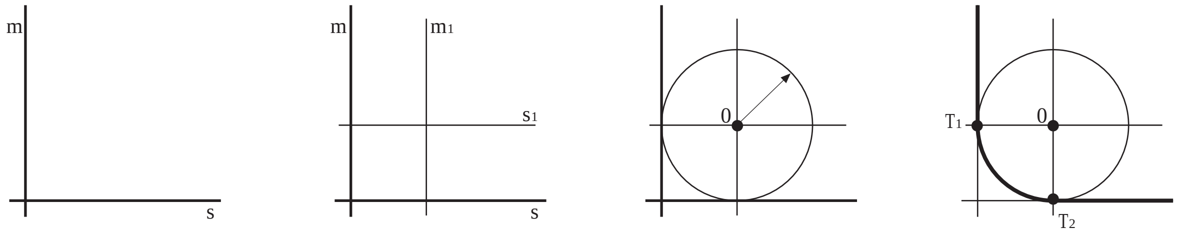



Desde los centros trazar circunferencias tangentes entre sí.

# E N L A C E S

## ENLACES DE RECTA CON RECTA

### ENLACE DE DOS RECTAS PERPENDICULARES POR UN ARCO DADO



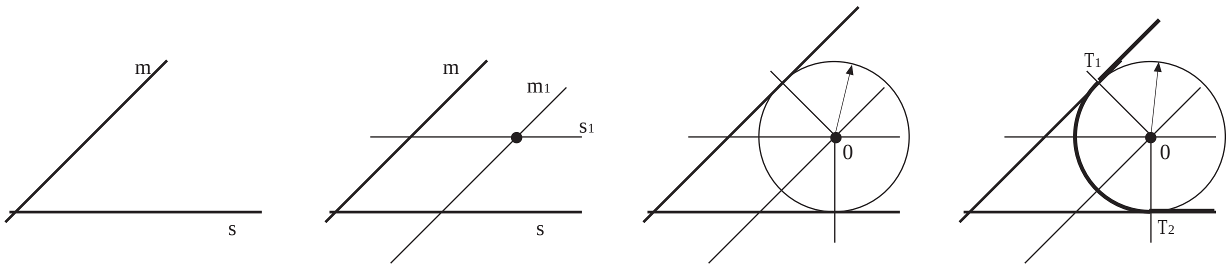

Dada las rectas m y s.
Perpendiculares entre sí.

Por m y s paralelas a la distancia del valor de la circunferencia a enlazar ($m_1$ y $s_1$).

Donde se corta $m_1$ y $s_1$. Obtenemos el centro 0 que con radio conocido se traza la circunferencia.

Desde 0 perpendicular a m y s para hallar puntos de tangencias ($T_1$ - $T_2$).
Enlazar.

### ENLACE DE DOS RECTAS OBLICUAS POR UN ARCO DADO



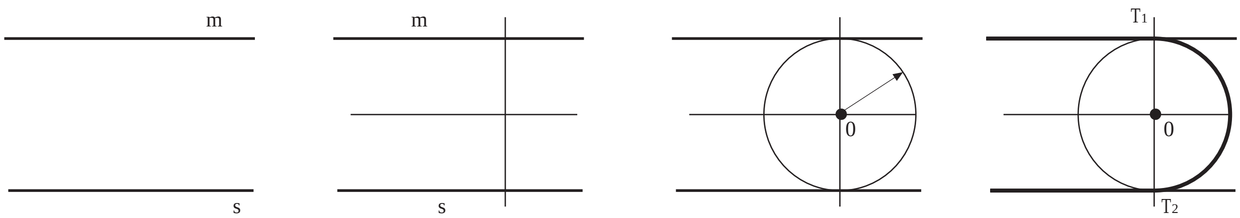

Dada las rectas m y s.
Perpendiculares entre sí.

Por m y s paralelas a la distancia del valor de la circunferencia a enlazar ($m_1$ y $s_1$).

Donde se corta $m_1$ y $s_1$. Obtenemos el centro 0 que con radio conocido se traza la circunferencia.

Desde 0 perpendicular a m y s para hallar puntos de tangencias ($T_1$ - $T_2$).
Enlazar.

### ENLACE DE DOS RECTAS PARALELAS POR UN ARCO DADO



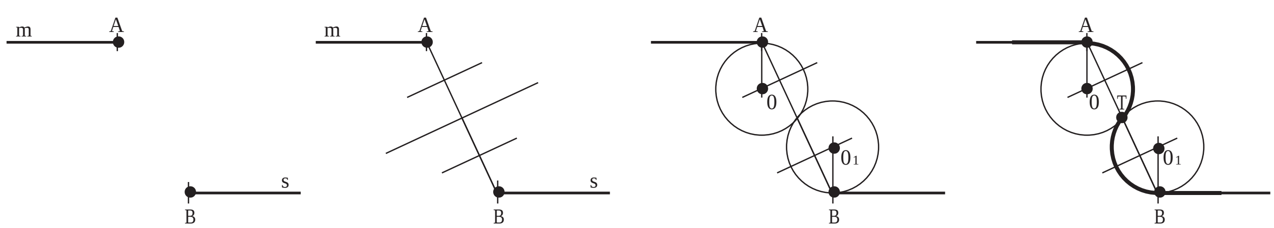

Dada las rectas m y s.
Paralelas entre sí.

Se traza una perpendicular que corta a las dos rectas. Mediatriz del segmento perpendicular.

Se traza una circunferencia con centro 0.

Se halla las tangencias $T_1$ y $T_2$.
Enlazar.

### ENLACE DE DOS RECTAS PARALELAS POR DOS ARCO IGUALES



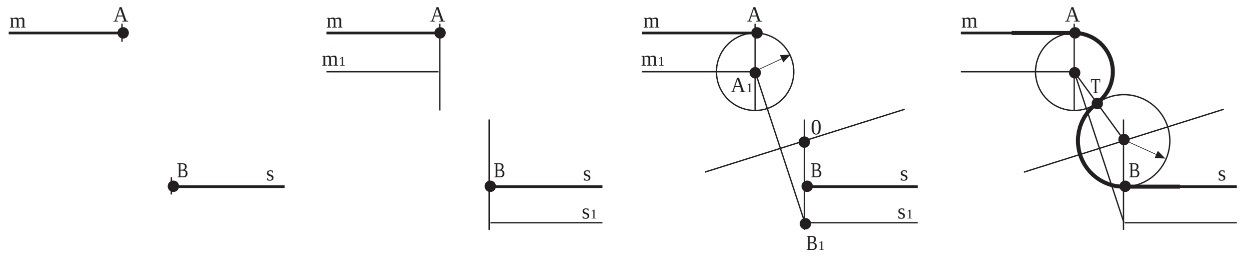

Dadas las semirrectas m y s.

Unir A y B.
Se divide el segmento en 4 partes iguales.

Por A y B perpendicular, donde corta con las mediatrices obtenemos 0 y $0_1$.

Hallar tangencias A,B y T.
Enlazar.

## ENLACE DE DOS RECTAS PARALELAS POR DOS ARCO CONOCIDO UNO DE ELLOS



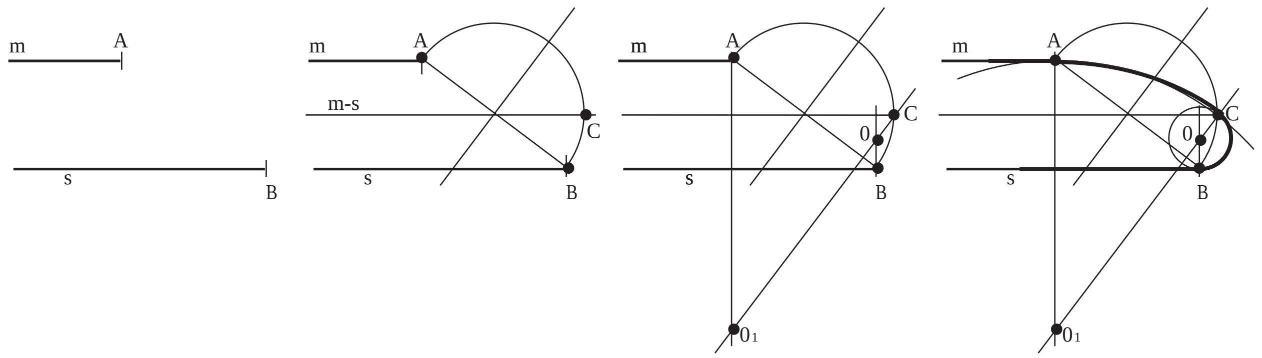

Dada las semirrectas m y s.

Desde A y B rectas perpendiculares.
A m y s se trazan semirrectas paralelas $m_1$ y $s_1$ a la misma distancia que el radio de la circunferencia conocida.

Con centro en $A_1$ y radio el dado se traza la circunferencia conocida.
Hallar la mediatriz del segmento $A_1$ y $B_1$.
Donde corte con la perpendicular B $B_1$, se obtiene 0.

Con centro en 0 y radio 0B se traza la circunferencia.
Se halla las tangencias (A B T) y por último enlazar.

## ENLACE DE DOS RECTAS PARALELAS POR DOS ARCO NO CONOCIDOS




Dada las semirrectas m y s.

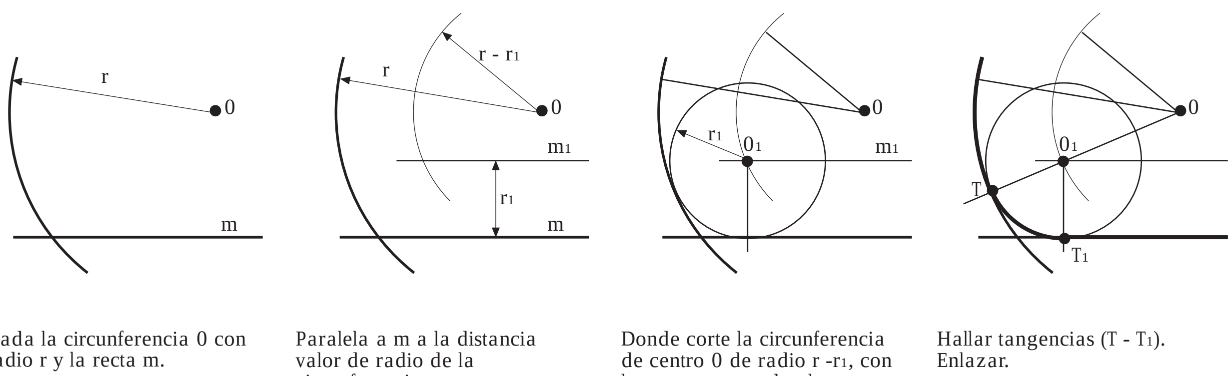
Se halla la mediatriz m-s.
Se une A con B.
Se traza una semicircunferencia y en la intersección con la mediatriz nos da el punto C.

Por A y B perpendicular.
Por C paralela a la mediatriz del segmento AB y donde corta con las perpendiculares obtenemos los centros 0 y $0_1$.

Con el centro 0 y radio 0B, con centro 01 y radio 01A se trazan las circunferencias.
Y dadas las tangencias ABC.
Enlazar.

# ENLACE DE RECTA CON CIRCUNFERENCIA

## ENLACE DE  RECTA CON CIRC.POR UN ARCO INTERIOR



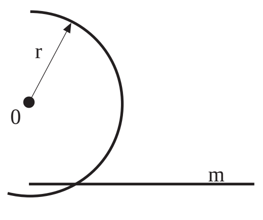

Dada la circunferencia 0 con radio r y la recta m.

Paralela a m a la distancia valor de radio de la circunferencia que vamos a enlazar.
Con centro en 0 (r menos $r_1$).

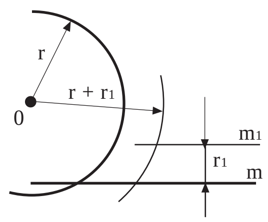
Donde corte la circunferencia de centro 0 de radio r -$r_1$, con la recta $m_1$, nos da el centro de la circunferencia $0_1$.
Trazar desde $0_1$ con radio $r_1$.

Hallar tangencias (T - $T_1$).
Enlazar.

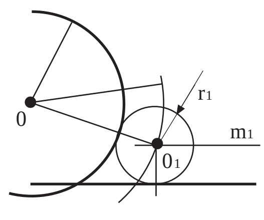
## ENLACE DE RECTA CON CIRC.POR UN ARCO EXTERIOR



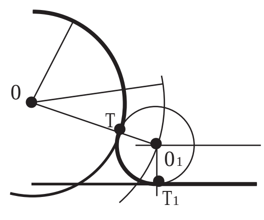

Dada la circunferencia 0 con radio r y la recta m.




Paralela a m a la distancia valor de radio de la circunferencia que vamos a enlazar.
Con centro en 0 (r más $r_1$).

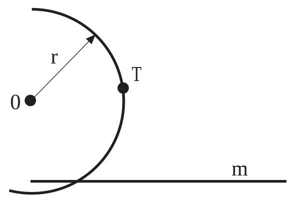



Donde corte la circunferencia de centro 0 de radio r + $r_1$, con la recta $m_1$, da el centro de la circunferencia $0_1$.
Trazar desde $0_1$ con radio $r_1$.

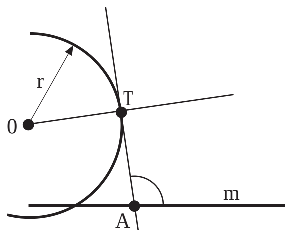



Hallar tangencias (T - $T_1$).
Enlazar.

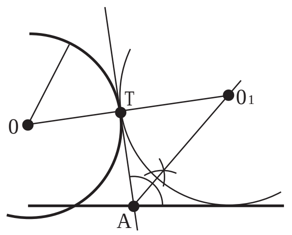
## ENLACE DE RECTA CON CIRC. DADO EL PUNTO DE TANGENCIA



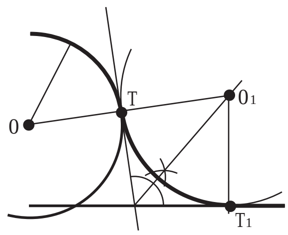

Dada la circunferencia 0, la recta m y el punto de tangencia T.




Unir 0 con T.
Por T recta tangente a 0 y da el punto A.

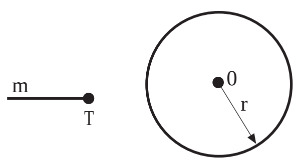



Desde A bisectriz del ángulo que forma y donde corte con 0T. Obtenemos el centro $0_1$.
Trazar $0_1$ con radio $0_1$ T.

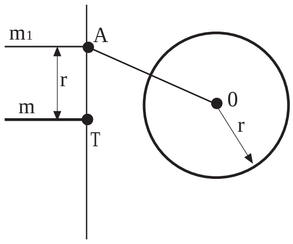



Hallar tangencias y enlazar.

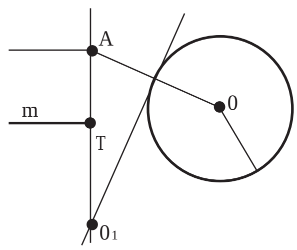
## ENLACE DE CIRC. CON UNA SEMIRRECTA



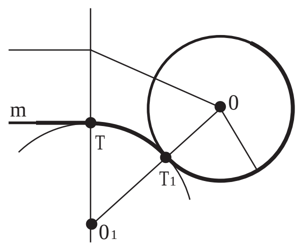

Dada la semirrecta m y la circunferencia 0.




Paralela a m y a la misma distancia de r.
Nos da m1 con el punto A.
Se une A con 0 y se prolonga el segmento AT.



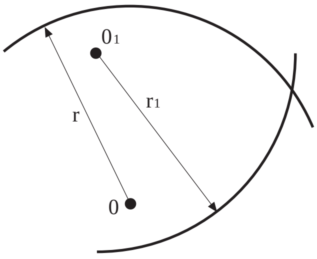

En el segmento 0A se halla la mediatriz y donde corte al segmento AT, obtenemos el centro $0_1$.



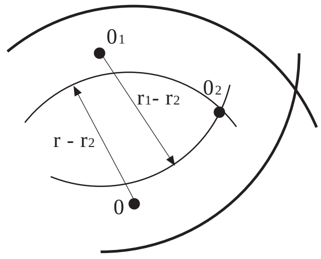

Con centro $0_1$ y radio 01 T se traza la circunferencia.
Se obtiene los puntos de tangencia T y $T_1$.
Enlazar.

# ENLACE DE CIRCUNFERENCIA CON CIRCUNFERENCIA

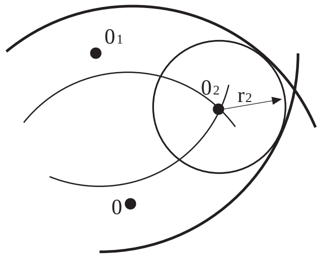
## ENLACE DE CIRC. SECANTES POR UN ARCO INTERIOR



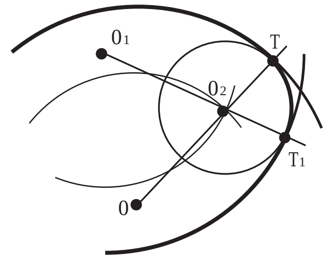

Dadas las circunferencias 0 $0_1$, con radios r y $r_1$.




Se resta r - $r_2$ y $r_1$ - $r_2$.
En su intersección dá el centro $0_2$.

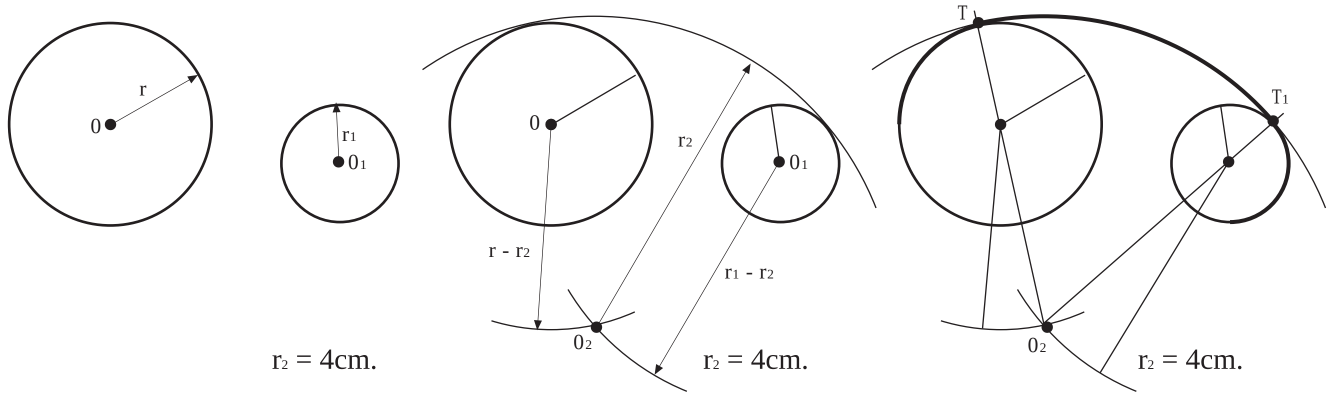



Trazar circunferencia de radio $r_2$ con centro en $0_2$.




Hallar tangencias T y $T_1$.
Enlazar.

## ENLACE DE CIRC. POR UN ARCO INTERIOR

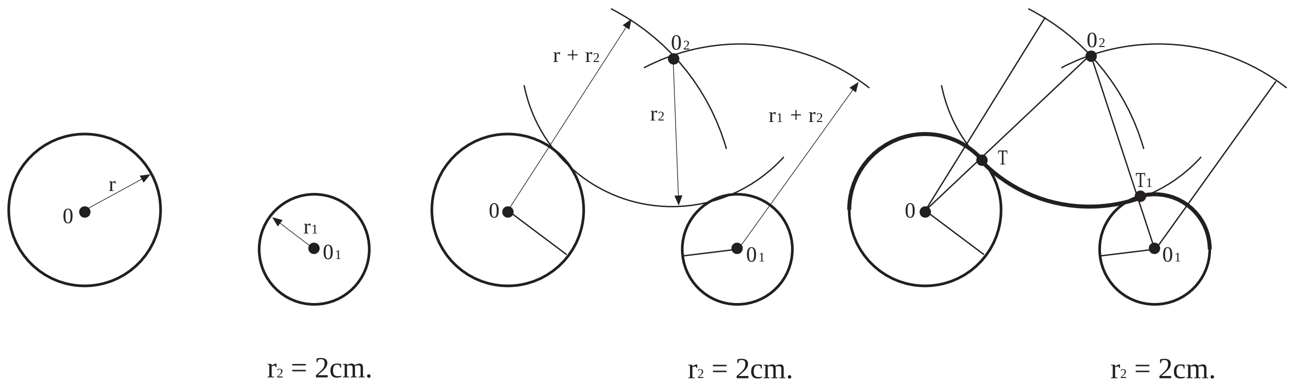



Dadas las circunferencias $0$ $0_1$ con radio $r$ $r_1$.

Se le resta a los radios $r_2$ y te dará su intersección el centro $0_2$.
Trazar desde $0_2$ con radio $r_2$.

Hallar tangencias T y $T_1$.
Enlazar.

## ENLACE DE CIRC. POR UN ARCO EXTERIOR

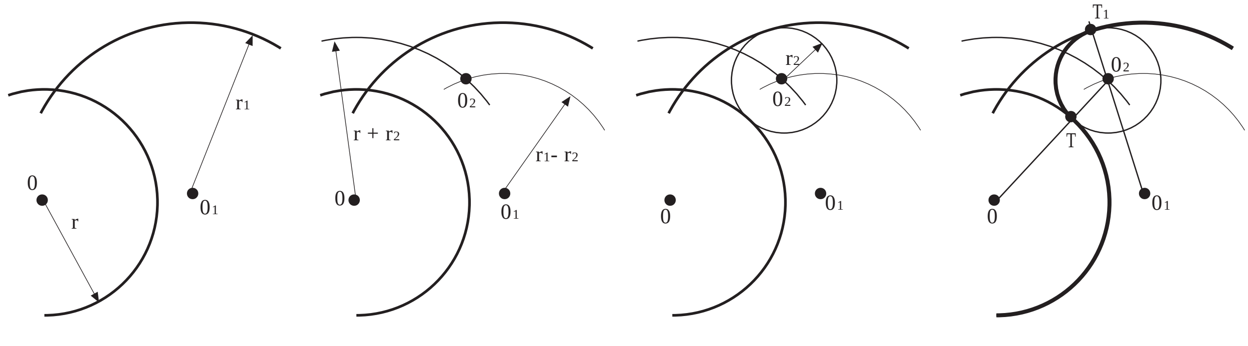



Dadas las circunferencias $0$ $0_1$ con radio $r$ $r_1$.

Se le suma a los radios $r_2$ y te dará su intersección el centro $0_2$.
Trazar desde $0_2$ con radio $r_2$.

Hallar tangencias T y $T_1$.
Enlazar.

## ENLACE DE CIRC. POR UN ARCO EXTERIOR E INTERIOR



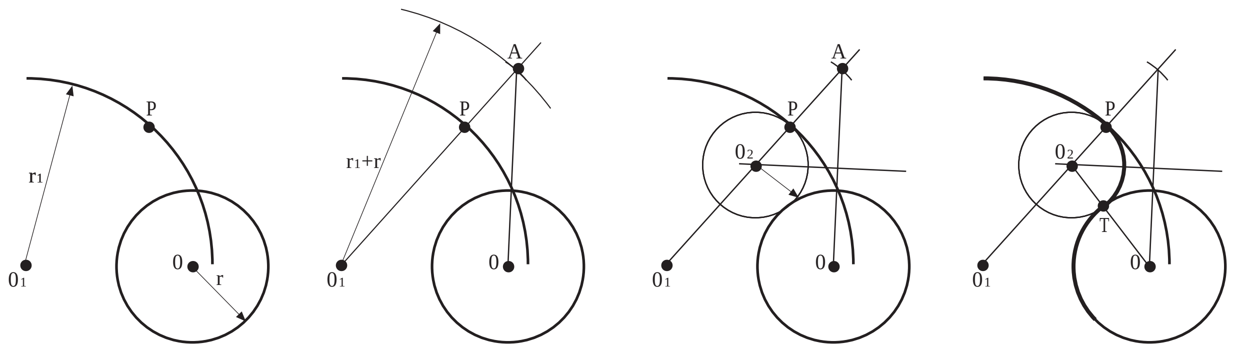

Dadas las circunferencias $0$ $0_1$, con radios $r$ y $r_1$.

Se suma $r + r_2$ y se resta $r_1 - r_2$.
En su intersección da el centro $0_2$.

Trazar circunferencia de radio $r_2$ con centro en $0_2$.

Hallar tangencias T y $T_1$.
Enlazar.

## ENLACE DE CIRC. POR UN ARCO CONOCIDO UN PUNTO DE TANGENCIA




Dada las circunferencias 0 $0_1$ con punto en $0_1$.

Se une $0_1$ con P y el radio r se le suma y dá A.
Se une A con 0.

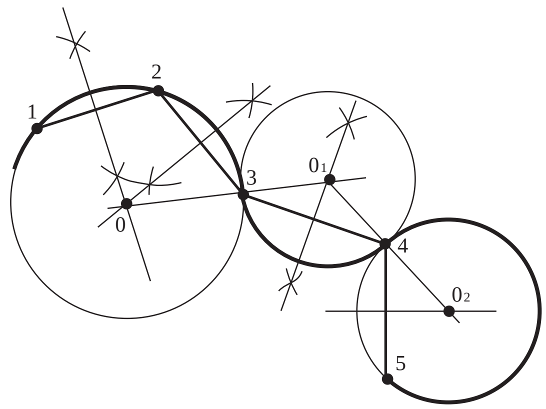
Se traza mediatriz y donde se corte con el segmento $0_1$ P, obtenemos $0_2$.

Desde $0_2$ y radio $0_2$ P circunferencia.
Hallar puntos de tangencia P y T.
Enlazar.

## ENLACE DE CIRCUNFERENCIAS POR SEGMENTOS

Apartir del caso de Arco que pasa por 3 puntos fijos.
- Dados X número de puntos
- Unir por segmentos
- Se comienza siempre con los 2 primeros segmentos de la siguiente manera:

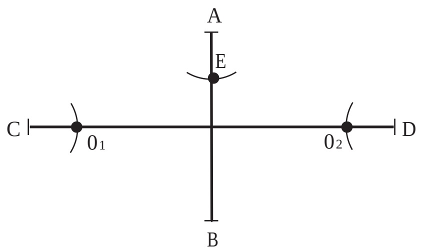
Se une las mediatrices de 1-2-3 y nos da 01.
Se traza la mediatriz del segmento 3-4.
Se une 01 con 3 y donde corta con la mediatriz se obtiene $0_2$ y así sucesivamente.



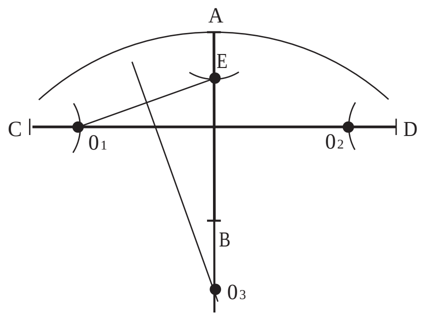
C U R V A S   E M P L E A D A S   E N   L A   T É C N I C A

ÓVALO : Es una curva cerrada y plana, compuesta por cuatros arcos de circunferencia, iguales dos a dos. Tiene dos ejes de simetría perpendiculares entre sí.

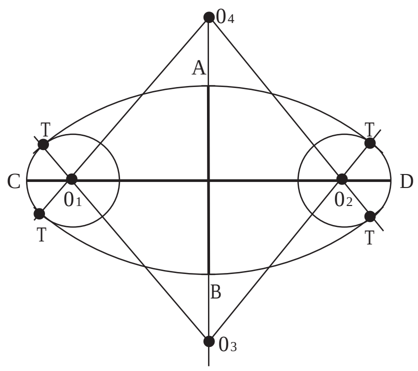
CONOCIDO EL EJE MAYOR Y MENOR.



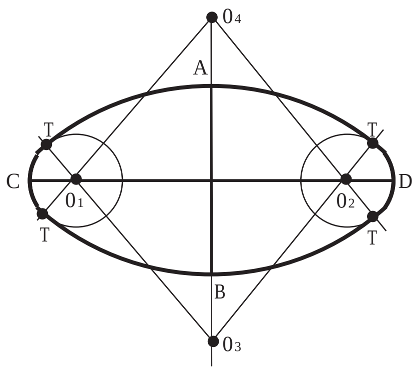

Dados los ejes AB y CD, se pone una medida arbitraria que nos da E y los centros $0_1$ y $0_2$.




Se halla la mediatriz del segmento $0_1$ E y donde corta obtenemos el centro $0_3$, que con radio $0_3$ A. Trazamos un arco de circunferencia.



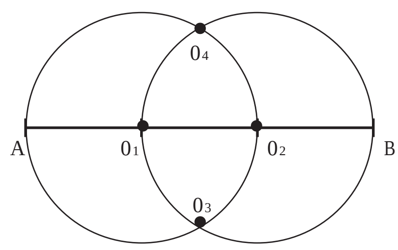

Una vez trazado $0_3$ se hace lo mismo en la parte superior del éje menor y nos dará el centro 04 y su arco respectivo.
Unimos los centros para determinar los puntos de tangencia.



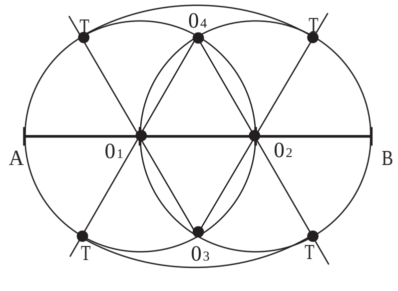

Enlazar.

CONOCIDO EL EJE MAYOR.

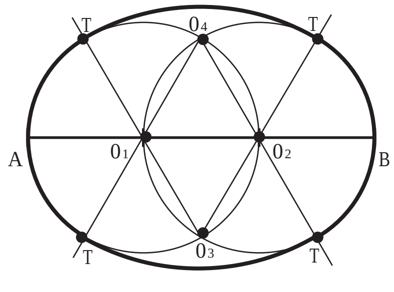

Dado el eje mayor AB, se divide en 3 partes iguales y da $0_1$ y $0_2$.




Con centros en $0_1$, $0_2$ y conocido los radios que pasan por A y B se trazan las circunferencias, donde se cortan obtenemos los centros $0_3$ y $0_4$.

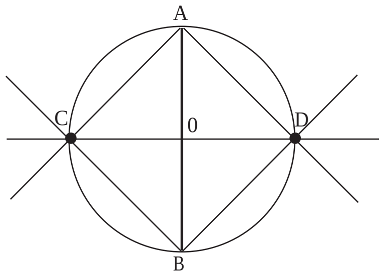



Una vez obtenido todos los centros que forman el óvalo.
Se unen los centros para determinar los puntos de tangencias.
Se trazan las circunferencias $0_3$ y $0_4$.



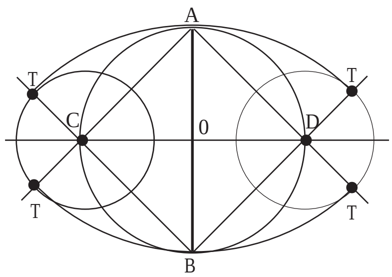

Enlazar.

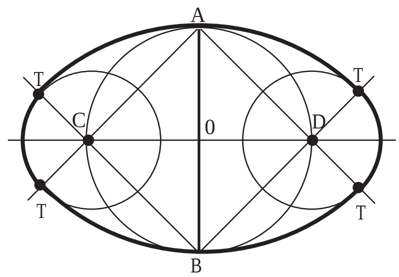
CONOCIDO EL EJE MENOR


Dado el eje menor AB.

Se halla la mediatriz y se traza la circunferencia 0.
Donde corta la circunferencia con el eje horizontal o mediatriz, obtenemos los puntos C y D.



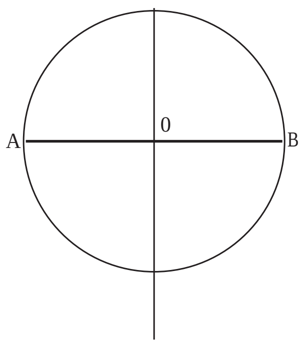



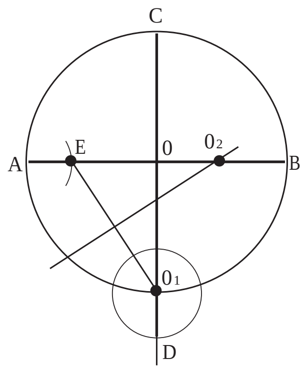

Se trazan las circunferencias con centros A B .
Se une AB con CD, para determinar los puntos de tangencias y los radios de las circunferencias de centro en C y D.

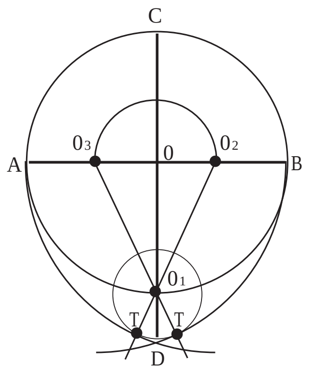
Enlazar.

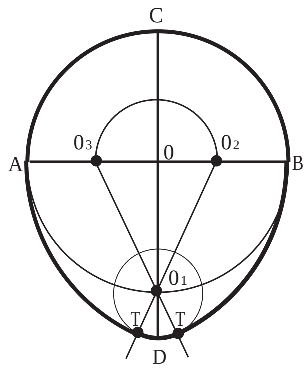
**OVOIDE** : Es una curva cerrada y plana, compuesta por dos arcos de circunferencia iguales y otros dos desiguales. Tiene un eje de simetría.

CONOCIDO EL ÉJE MENOR.




Se traza el eje menor AB.
Se traza la mediatriz y una circunferencia que pasa por AB.

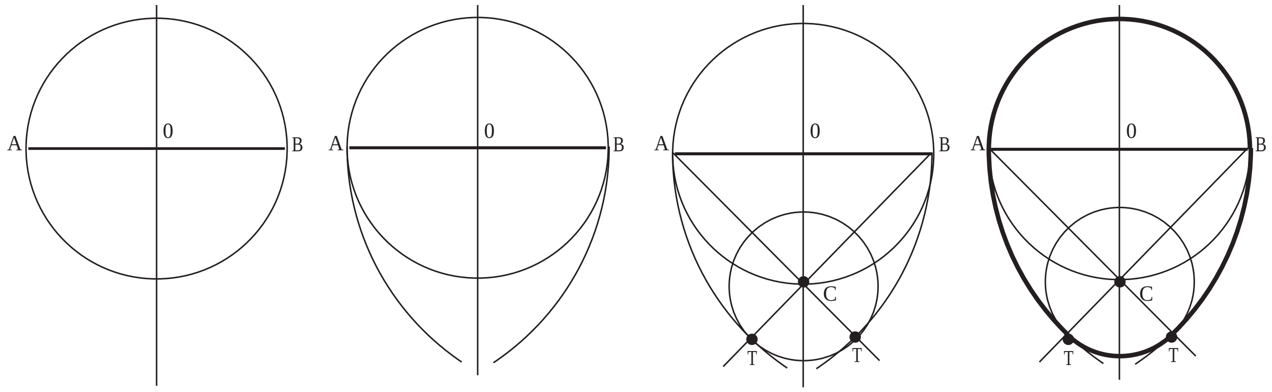
Sobre el eje vertical se pone el eje mayor CD.
Con centro en $0_1$ y radio $0_1$D, trazamos una de las circunferencias.

Con ese mismo radio pinchamos en A y nos da E.
Hallamos la mediatriz entre A $0_1$ y cuando corta el eje menor, obtenemos el centro $0_2$.

Con centro en 0 y distancia $0_2$ , lo llevamos al otro lado y da $0_3$.
Con centro en $0_2$ y radio $0_2$ A arco.
Con centro en $0_3$ y radio $0_3$ A arco.
Unimos los centros para determinar los puntos de tangencia.

Enlazar.

## CONOCIDO EL EJE MENOR



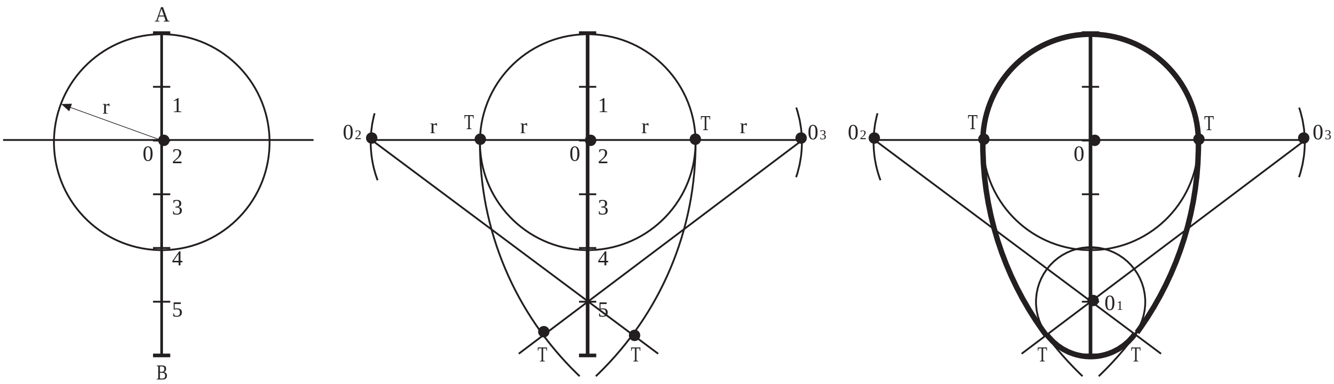

Dado el eje menor AB.
Mediatríz y centro 0.
Se prolonga el eje vertical.

Por A y B arcos valor el diámetro.

Donde corta la circunferencia al éje vertical, punto C.
Se une AB con C para determinar las tangencias.
Por C circunferencia.

Obtenidos los puntos de tangencias se enlaza.

## CONOCIDO EL EJE MAYOR

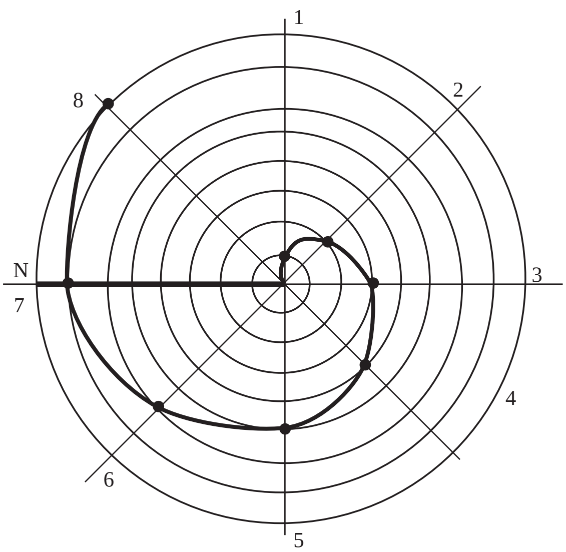



Dado el eje AB. Se divide en 6 partes iguales y en el punto dos se encuentra el centro 0 de radio 2-4.

El radio 2-4 se repite a cada lado y nos da 03 y 04.
Unimos los centros con el punto 5 = 01, para determinar los puntos de tangencias.

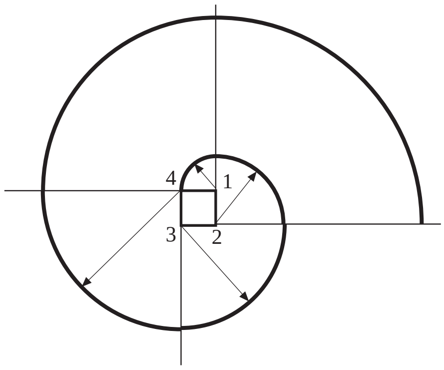
Por último enlazar.

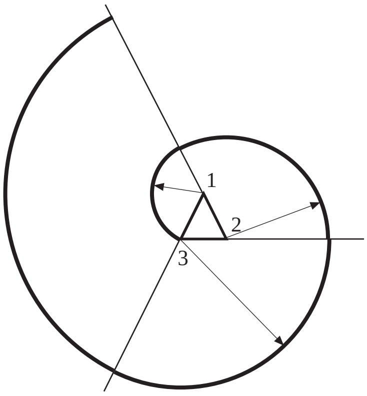
ESPIRAL : Es una curva plana engendrada por un punto que se desplaza uniformemente a lo largo de una recta a la vez que ésta gira alrededor de uno de sus extremos con velocidad ángular constante.
Paso en una espiral, es la distancia longitudinal que se desplaza el punto en una vuelta completa.

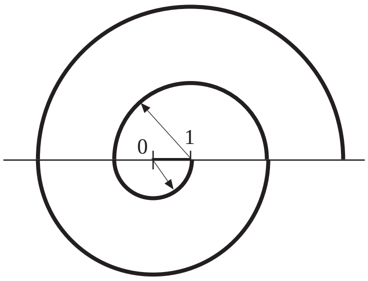



Construcción de una espiral de paso N.
Se traza un segmento igual a N.
Se divide el segmento en un número cualquiera de partes iguales.
Haciéndo centro en 0 se trazan circunferencias concéntricas.
Se divide las circunferencias y la intersección de los radios con las circunferencias dan los puntos de la espiral.
Sólo queda unir los puntos.

VOLUTA : Es la curva compuesta por arcos de circunferencia, tangentes entre sí, siendo los centros de los arcos los vértices de un polígono ó un segmento dado.



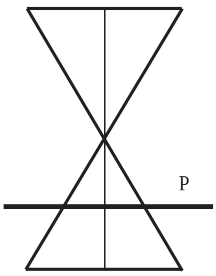
# C U R V A S   C Ó N I C A S

CIRCUNFERENCIA : Es la figura que resulta de cortar un plano perpendicular al eje de un cono y a las dos ramas por debajo o por encima.

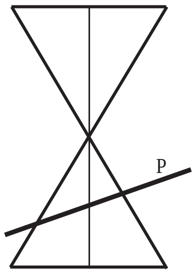
ELIPSE : Es la figura que resulta de cortar un plano no  perpendicular al eje de un cono y a las dos ramas por debajo o por encima.

HIPÉRBOLA : Es la figura que resulta de cortar un plano a las dos ramas por debajo y por encima del vértice y al mismo tiempo.Siendo dicho plano paralelo al eje.

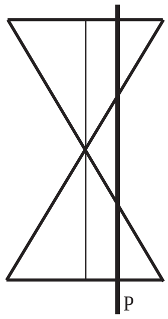
PARÁBOLA : Es la figura que resulta de cortar un plano a una de las ramas por debajo o por encima del vértice siendo paralelo a la otra rama.



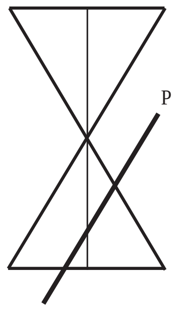

CIRCUNFERENCIA




ELIPSE

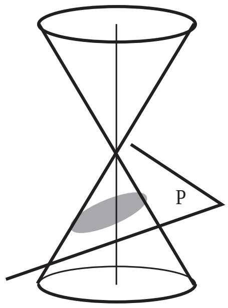



HIPÉRBOLA



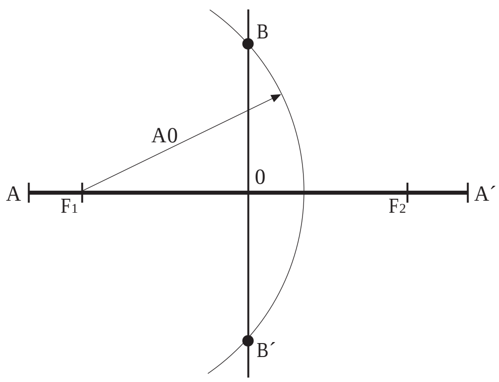

PARÁBOLA

## E L I P S E



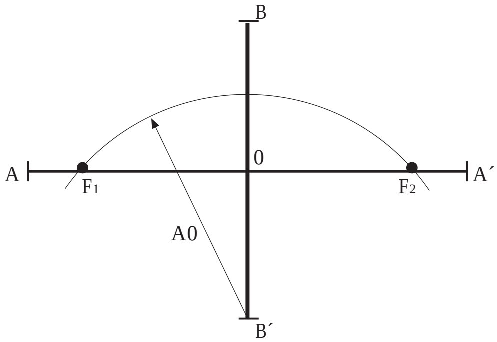

ELEMENTOS: EJE MAYOR ( A - A´)
EJE MENOR ( B -B´ )
FOCOS ( F1 - F2 )

### COMO HALLAR EL EJE MENOR




Si nos dán el eje mayor (A-A´) y los focos. Hallamos la mediatriz del éje mayor y pinchando en cualquier de los focos y radio A0, donde corte con la mediatriz determinamos el eje menor (B-B´).

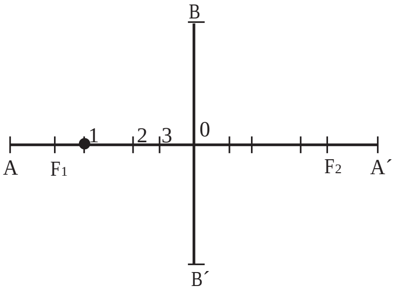
### COMO HALLAR LOS FOCOS

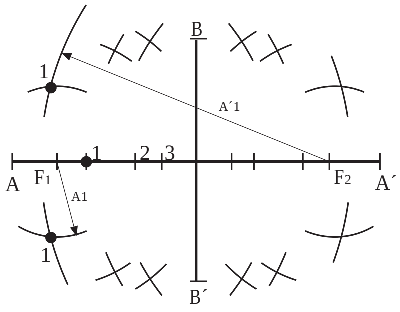


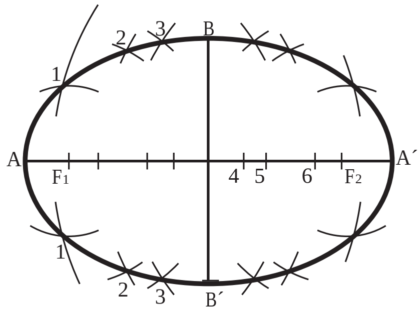

Si nos dan los ejes y desconocemos los focos, para hallarlos se pincha en B´ y distancia de radio A0 donde corte al eje mayor obtenemos los focos.

## CONSTRUCCIÓN POR PUNTOS

FORMULA A APLICAR: A - 1 PINCHANDO EN $F_1$
A´- 1 PINCHANDO EN $F_2$



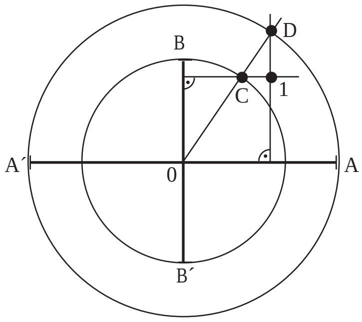



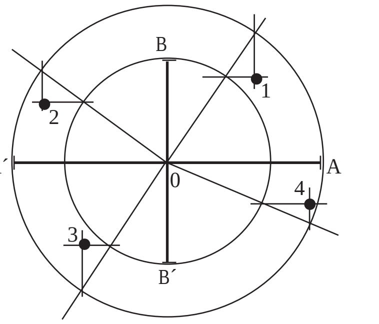

Dados el eje mayor (A-A´), el eje menor (B-B´) y los focos ($F_1$-$F_2$).
Entre F1 y 0 determinamos diferentes puntos de forma arbitraria.

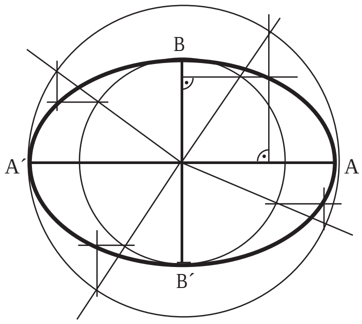
Se toma la distancia A1, se pincha en $F_1$ y se hace dos arcos por arriba y por debajo.
Se toma la distancia A´1, se pincha en $F_2$ y se hace dos arcos por arriba y por debajo.
Donde se corten los arcos obtenemos el punto buscado por arriba y por debajo.

Siguiendo el paso anterior se realiza con los restantes puntos.
Lo mismo con los puntos del lado derecho de la figura.
Luego sólo queda enlazar dichos puntos con los puntos que determinan los ejes y obtendremos la elipse.

## CONSTRUCCIÓN POR EJES



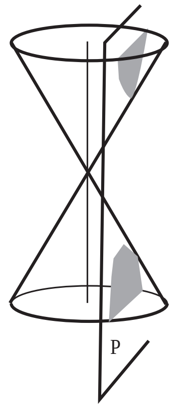




Dados los ejes de la elipse, con centro en 0 se trazan dos circunferencias concéntricas que pasan por los ejes.
Desde el centro de forma arbitraria se trazan radios ó diámetros.
Los radios cortan a las circunferencias en C y D .
Para hallar el punto se traza por C perpendicular al eje menor, por D perpendicular al eje mayor, donde se corten obtenemos el punto buscado.

Siguiendo el paso anterior se trazan tantos puntos como necesitemos para la formación de la figura.

Luego sólo queda unír los puntos con los ejes y obtenemos la elipse.
Se recomienda 4 puntos por cada cuarto de circunferencia.

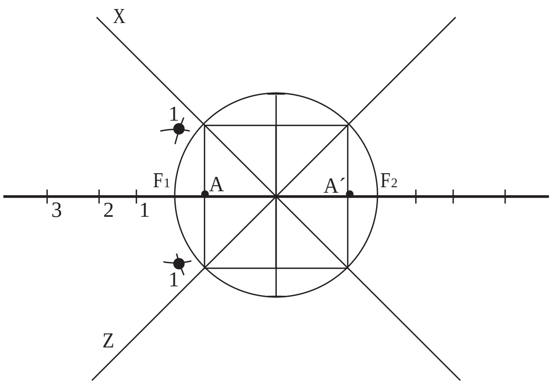
# H I P É R B O L A

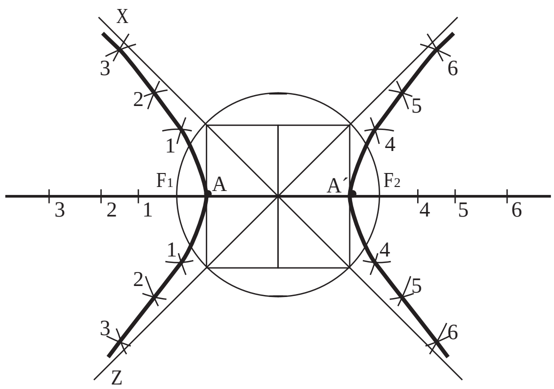



ELEMENTOS: EJE ( A - A´)
VÉRTICES ( B -B´ )
FOCOS ( F1 - F2 )
XZ ( Asintotas )

| | |
|---|---|
| FORMULA A APLICAR: | A - 1 PINCHANDO EN $F_1$<br>A´- 1 PINCHANDO EN $F_2$ |

CONSTRUCCIÓN POR PUNTOS

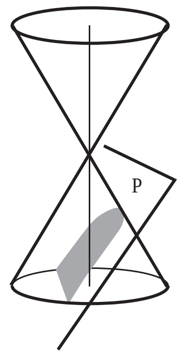


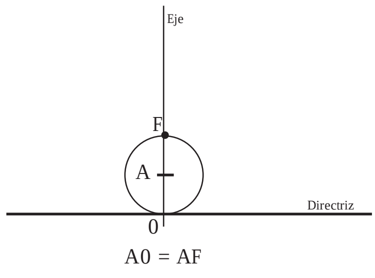

Dados el eje (A-A´), los focos ($F_1$-$F_2$) y las axintotas (Z-X).
Desde los focos hacia la izquierda y derecha respectivamente se van tomando puntos arbitrariamente.
Se toma la distancia A1, se pincha en $F_1$ y se hace dos arcos por arriba y por debajo.
Se toma la distancia A´1, se pincha en $F_2$ y se hace dos arcos por arriba y por debajo.
Donde se corten los arcos obtenemos el punto buscado por arriba y por debajo

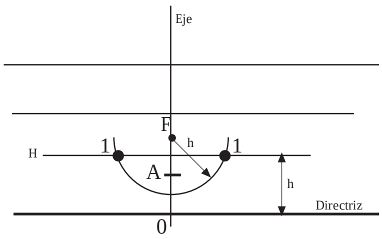
Siguiendo el paso anterior se realiza con los restantes puntos.
Lo mismo con los puntos del lado derecho de la figura.
Luego sólo queda enlazar dichos puntos con los puntos que determinan el eje y obtenemos la hipérbola.

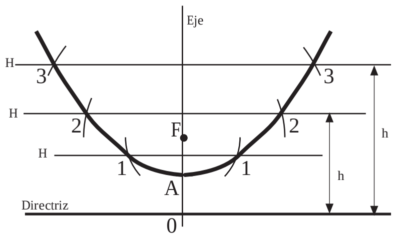
# P A R Á B O L A




ELEMENTOS: FOCO ( F )
PUNTO ( A )
Directriz ( D )



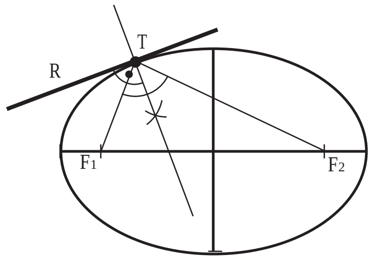

Dada la directriz y la perpendicular en 0 el eje de la parábola.
Se traza sobre el eje la distancia A0 y a la misma distancia encontramos el foco.

Desde A se trazan perpendicular (H) de forma arbitraria se determina la distancia entre dicha recta y la directriz , con esa medida se lleva al foco y se traza el arco que corta a (H) y da los puntos para trazar la parábola (1).

Siguiendo los pasos anteriores , obtendremos los restantes puntos para determinar la parábola.
Se recomienda 4 perpendiculares.

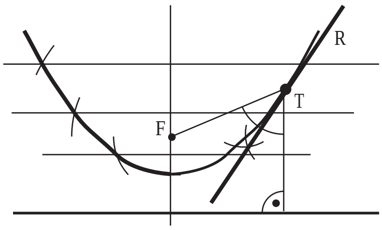
# POR UN PUNTO DADO RECTA TANGENTE

E L I P S E



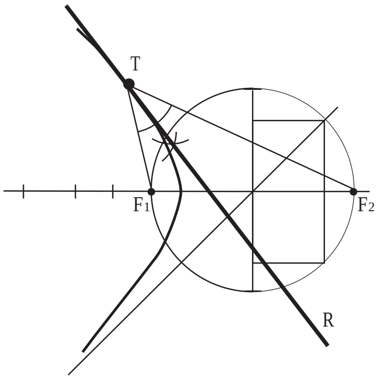

Desde el punto T tangente dado, se une con los focos, se halla la bisectriz y perpendicular  por el punto T y es la recta R buscada.

P A R Á B O L A




Desde el punto T tangente dado, se une con el foco y desde T perpendicular a la directriz, se halla la bisectriz que es la recta R buscada.

H I P É R B O L A




Desde el punto T tangente dado, se une con los focos, se halla la bisectriz que es la recta R buscada.